# Ruhr-Universität Bochum

Arbeitsgruppe Geodäsie Prof. Dr.-Ing. M. Scherer

# Vermessungskunde

Scriptum mit
Klausuraufgaben
und Lösungen

Verfasser: Dr.-Ing. R. Theißen

#### **GRUNDLAGEN**

#### **GAUß - KRÜGER - KOORDINATEN - SYSTEM**

Berührungszylinder des 6. und 9. Längengrades östlich von Greenwich

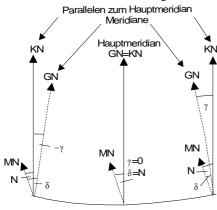
Dimension der Länge: Meter Dimension der Winkel: Gon Rechter Winkel

$$1 \text{ Gon} = \frac{\text{Re chter Winkel}}{100} = \frac{2 \cdot \pi}{400} \cdot \rho$$

= 63,6620 gon

#### **NORDRICHTUNGEN**

Meridiankonvergenz  $\gamma$ Deklination  $\delta$  und Nadelabweichung N



MN=Magnetisch Nord KN = Kartennord GN = Geographisch Nord



0

Hauptmeridian

des 3. G.-K.-Streifens  $Y = {}^{35}00000,00m$ 

<sup>57</sup>00000,00m

 $\phi = 51^{\circ}$ 

X=

<sup>56</sup>00000,00m

 $P_2$  $X = {}^{57}00000,00m$ • P.  $\phi = 51^{\circ}$ 

#### MEßGERÄTE UND IHRE GENAUIGKEIT

a) Höhenmeßgeräte Standardabw.

Development	L E 40
Barometer	± 5 - 10 m
Präzisionsbarometer	± 0,5 m
Photogrammetrische Instrumente	± 0,05 - 0,10 m
Tachymetertheodolit	± 0,01 - 0,10 m
Trigonometrische Höhenbestimmung	± 5 - 20 mm
Baunivellier	> ± 3 mm/km
Ingenieurnivellier	± 1 – 3 mm/km
Präzisionsnivellier	$<\pm$ 1 mm / km
Schlauchwaage (Präz. Gerät)	- ± 0,01 mm

 $Y = {}^{25}00000,00m$ 

b) Streckenmeßgeräte	elative Abw.	Standardabw.
Meßrad (z.B. bei Polizei)	1:500	$\pm$ 0,2 m / 100 m
Rollmeßband	1:3.000	$\pm$ 3 cm / 100 m
Stahlmeßband, aufliegend mit	1:10.000	± 1 cm / 100 m
Temperatur- u. Spannungskorr.		
Tachymeter mit Reichenbach-schen	1:500	$\pm$ 0,2 m / 100 m
Distanzstrichen (bis 250 m)		
Doppelbildentfernungsmesser mit	1:5.000	$\pm$ 2 cm / 100 m
Drehkeilen (bis 200 m)		
Basislatte und Sekundentheodolit	1:15.000 -	± 2 mm / 30 m -
(bis 150 m ohne Hilfsbasis)	1: 5.000	$\pm$ 2 cm / 100 m
Mikrowellenentfernungsmesser	1:300.000	$\pm$ 3 mm / 1 km
Elektronische Tachymeter:		
Standardgeräte	1:100.000	± 3 mm +3 ppm
Präzisionsgeräte	1:250.000	± 2 mm +2 ppm
Wissensch. Einzelgeräte	1:2.500.000	± 0,2mm+0,2ppm
Invardrähte bei Basismessung	1:1.000.000	± 0,1 mm / 100 m

Beispiele:

X= <sup>56</sup>00000,00m

± 0,01 mm/100 m

Hauptmeridian

des 2. G.-K.-Streifens

6°30' östl. 7°40' östl. 8°30' östl. von Greenw. 50°50' nördl. Breite λ. 51°05' nördl. 51°45' nördl. φ

<sup>26</sup>15082,04 m <sup>25</sup>35031,56 m <sup>34</sup>64779,95 m <sup>56</sup>33085,72 m <sup>57</sup>36252,24 m <sup>56</sup>60894,20 m  $X_1$ 

t

Grenz-

meridian

 $^{34}07933,\!28~\text{m} \\ ^{57}35778,\!95~\text{m}$  $Y_2$  $X_2$ 

Χ Abstand des Lotfußpunktes auf dem Hauptmeridian

vom Äquator in Meter Kennziffer · 10<sup>6</sup> + 500.000,00 + Abstand vom Hauptmeridian (westl. = negativ) in Meter

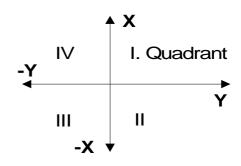
#### ÖRTLICHES KOORDINATENSYSTEM MIT QUADRANTEN-**BEZEICHNUNG**

#### Standardabw. Querabweichung c) Winkelmeßgeräte

1:10.000.000

Laserinterferometer (im Labor)

Rechtwinkelprisma	$\pm$ 0,04 gon	≈ 2 cm / 30 m
Kompaß	± 0,5 - 1 gon	≈ 1 m / 100 m
Bussole	$\pm$ 0,1 gon	≈ 0,15 m / 100 m
Bautheodolit	± 0,01 gon	≈ 1,5 cm / 100 m
Ingenieurtheodolit	$\pm$ 0,001 gon	≈ 1,5 mm / 100 m
Sekundentheodolit	$\pm$ 0,0003 gon	≈ 0,5 mm / 100 m
Theodolite höchster Genauigkeit	± 0,00003 gon	≈ 0,05 mm / 100 m



#### WINKELMESSUNG (HORIZONTALRICHTUNGEN)

Zur Winkelmessung wird ein Theodolit benötigt. Dieser besitzt ein Fernrohr mit Fadenkreuz, dessen Zielrichtung durch Ablesung an einem horizontalen und vertikalen Teilkreis eindeutig festgelegt werden kann. Der Theodolit muß zur Messung auf einem Stativ aufgebaut und mit Libellen horizontiert werden. Ein Horizontalwinkel ß wird als Differenz der Ablesungen zweier Hz-Richtungen

Achsen des Theodoliten V - V : Stehachse L-L: Libellenachse K - K : Kippachse Z - Z Zielachse β Achsbedingungen V - V Lotrecht K-K senkrecht V-V Z-Z senkrecht K-K

ermittelt (  $\beta = R_{C,B} - R_{C,A}$  ).

Zur Messung wird der Theodolit zentrisch über dem Bodenpunkt C aufgestellt. Bei der Instrumentenaufstellung muß man besondere Sorgfalt beim Einspielen der am Theodolit vorhandenen Libellen (Horizontierung) und bei der Zentrierung des Instrumentes und der Zielzeichen über dem Bodenpunkt walten lassen. Die andernfalls entstehenden Fehler (Stehachsfehler bei ungenügender Horizontierung und Zentrierfehler bei Theodolit und Zielzeichen) werden nicht durch das im folgenden beschriebene Meßverfahren der Satzmessung ausgeschaltet.

#### SATZMESSUNG

- 1. Anzielen des Punktes A in Lage I
- 2. Ablesung am Horizontalkreis und Registrierung in Spalte 3 (VermVordruck 1 = VV1)
- 3. Anzielen des Punktes B in Lage I
- 4. Ablesung am Horizontalkreis und Registrierung in Spalte 3
- 5. Fernrohr durchschlagen nach Lage II
- 6. Anzielen der Punkte und Ablesen in Lage II, Registrierung in Spalte 4
- 7. Reduzierung in Spalte 5 und 6
- 8. Mittelbildung in Spalte 7

Gesichtsfeld eines Theodoliten



Die Messungen in Lage I und II werden jeweils als Halbsatz, beide Messungen zusammen als Satz bezeichnet. Mit diesem Meßverfahren wird der Einfluß des Ziel- und Kippachsfehlers sowie der Teilkreisexzentrizität eliminiert. Zur Genauigkeitsteigerung können mehrere Sätze gemessen und gemittelt werden, wobei nach jedem Satz zur Ausschaltung des Kreisteilungsfehlers der Teilkreis um 200/n gon zu verstellen ist ( n= Anzahl der zu messenden Sätze ).

VV1

#### Horizontalwinkelmessung

Stand	Ziel-	Abl.	Abl.	Lage I	Lage II	Satz-	Mittel
pkt	pkt	Lage I	Lage II	red.	red.	mittel	a.a.B.
1	2	3	4	5	6	7	8
С	Α	3,258	203,256	0	0	0	0
	В	165,612	365,613	162,354	162,357	162,356	162,358
	Α	108,678	308,675	0	0	0	
	В	271,035			162,361	162,359	
		583	580		4 x 358 =	432	358
		580			+2 x 867 =	734	
		163	V			166	<b>V</b>

Jede Hz - Winkelmessung muß mit folgender Berechnung verprobt werden:

 $\Sigma I + \Sigma II = 2 \cdot n \cdot \Sigma (MaaB) + s \cdot \Sigma R_0$ 

oder in Worten Summe Spalte 3 + Summe Spalte 4 = 2·n·Summe Spalte 8 + s-Summe aller Nullrichtungen n = Anzahl der Sätze

s = Anzahl der Ziele im Satz Nullrichtungen = Ablesungen zum 1. Ziel in Lage I und II in jedem Satz

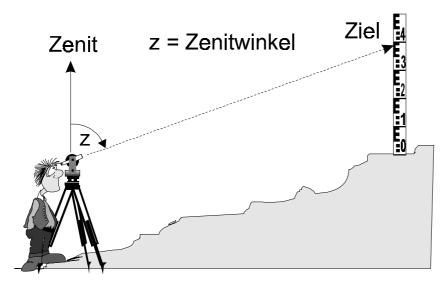
MaaB = Mittel aus allen Beobachtungen = Werte in Spalte 8

Beim Aufstellen des Theodoliten über dem Bodenpunkt mit dem optischen Lot muß folgende Reihenfolge eingehalten werden:

- a) Theodolit mit annähernd horizontalem Stativteller nach Augenmaß mittig über dem Punkt aufbauen,
- b) Fadenkreuz des optischen Lots mit Kugelkopf oder Fußschrauben des Dreifußes auf den Bodenpunkt richten (=Grobzentrierung),
- c) Dosenlibelle durch Veränderung der **Stativbeinlängen** einspielen ( = Grobhorizontierung),
- d) Röhrenlibelle mit den Fußschrauben des Dreifußes einspielen (= Feinhorizontierung),
- e) wenn nötig, Gerät auf dem Stativteller nach Lösen der Stativschraube verschieben, bis das optische Lot wieder auf den Bodenpunkt zielt ( = Feinzentrierung).

#### ZENITWINKELMESSUNG

Für die Reduktion von Schrägstrecken in den Horizont oder für die trigonometrische Höhenmessung muß der Zenitwinkel z zwischen Zenit und Ziel gemessen werden. Der mit dem Fernrohr fest verbundene Höhenkreis ist so beziffert, daß in Lage I 0 gon im Zenit und 100 gon bei horizontaler Zielung abgelesen werden.



Bei der Messung wird der Horizontalfaden des Fadenkreuzes auf das Ziel eingestellt. Anschlie-ßend die Höhenindexlibelle wird eingespielt. Durch das Einspielen der Indexlibelle wird die Höhenmarke (Höhenindex) horizontiert. In den meisten Theodoliten ist aber ein Kompensator eingebaut, der automatisch für die richtige Lage des Höhenindex sorgt. Auch für die Auswertung einer Vertikalwinkelmessung wird der Vermessungsvordruck VV1 ver-

wendet.

VV1 Vertikalwinkelmessung

Stand-	Ziel-	Abl.	Abl.			Satzmittel	Mittel
punkt	punkt	Lage I	Lage II	l + II	I - II	z = ( I - II )/2	a.a.B.
1	2	3	4	5	6	7	8
TP6	TP5	101,619	298,376	399,995	203,243	101,622	101,621
	TP12	100,567	299,430	399,997	201,137	100,568	100,567
	TP3	96,961	303,035	399,996	193,926	96,963	96,965
TP6	TP5	101,618	298,379	399,997	203,239	101,620	
	TP12	100,565	299,433	399,998	201,132	100,566	
	TP3	96,964	303,030	399,994	193,934	96,967	
		294		977			153
		12	$\Sigma v_z =$	0,5 · 23	= 12		- 2
			_ v <sub>z</sub> =	12/6 = 2	mgon		
		306	V				306

Die Ablesungen am Höhenkreis in Fernrohrlage I und II werden in den Spalten 3 und 4 eingetragen. In Spalte 5 wird für alle Ziele die Summe der Ablesungen Lage I und II berechnet. Sie müßte bis auf Einstell- und Ableseungenauigkeiten genau 400 gon betragen (Standpunktkontrolle). Die halbe Differenz zu 400 gon ergibt die Höhenindexabweichung v<sub>z</sub>.

$$v_z = (400 - (I + II))/2$$

Die einzelnen  $v_z$  braucht man nicht zu berechnen. Für die Rechenkontrolle benötigt man nur ihre Summe. In Spalte 6 werden die Differenz (I - II) und in Spalte 7

der Zenitwinkel z = (I-II)/2 berechnet. In Spalte 8 wer-den die in Spalte 7 n-mal berechneten Zenitwinkel z gemittelt. Die Berechnung wird nach folgender Beziehung verprobt:

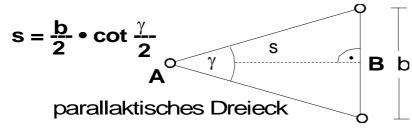
$$\Sigma I + \Sigma v_z = n \cdot \Sigma$$
 (MaaB)

n = Anzahl der Sätze

Bei mehreren Zenitwinkelmessungen mit demselben Theodoliten zeigt sich die Höhenindexabweichung normalerweise als ziemlich gleichbleibend, was als weitere Kontrolle gegen grobe Fehler benutzt werden kann.

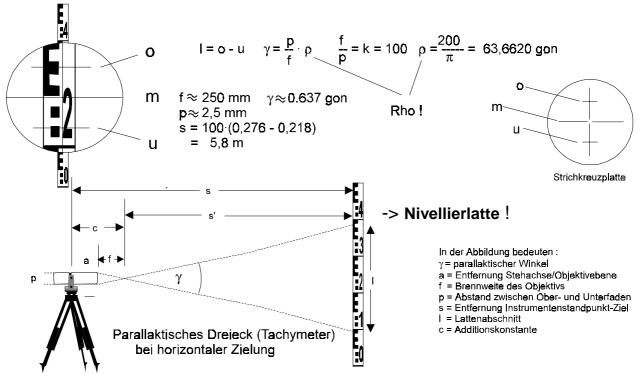
#### LÄNGENMESSUNG (OPTISCH)

Für die optische Distanzmessung gilt aus dem sogenannten "parallaktischen Dreieck" die Grundbeziehung:



Wird im Endpunkt einer Strecke AB ein Maßstab lotrecht oder waagerecht genau senkrecht zur Strecke aufgehalten, dann kann nach Messung des Winkels  $\gamma$  die Strecke s aus der genannten Beziehung abgeleitet werden.

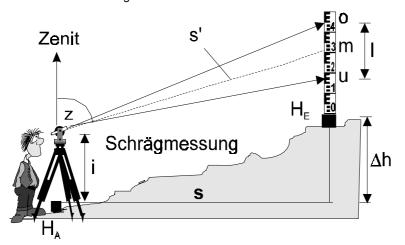
Bei der sogenannten Tachymetrie mit Tachymetertheodoliten wird nur die Größe b gemessen. Theodolite geben den Winkel durch Abstand der Reichenbachschen Distanzfäden auf der Strichkreuzplatte (Fadenkreuz) und durch die Brennweite des Objektives so vor, daß s sich aus dem Lattenabschnitt I und dem Faktor 100 ergibt.



Nach dem Strahlensatz läßt sich aus der Abb. folgende Gleichung aufstellen:  $\frac{s'}{f} = \frac{l}{p}$ ;  $s' = \frac{f}{p} \cdot l = 100 \cdot l$ 

Die Horizontalstrecke zwischen Instrumentenstandpunkt und Ziel ist daher:  $s = c + s' = c + k \cdot l = c + 100 \cdot l$ 

Der Wert c wird als Additionskonstante bezeichnet, die bei Instrumenten neuerer Bauart mit innenliegender Fokussierlinse vernachlässigbar klein ist. Die Entfernung s wird deshalb bestimmt nach der einfachen Beziehung  $s = k \cdot l$ .



Bei schrägen Sichten muß die geneigt gemessene Strecke s' auf die Horizontale s reduziert werden. Die Reduktionsformeln unter Berücksichtigung des gemessenen Zenitwinkels z lauten:

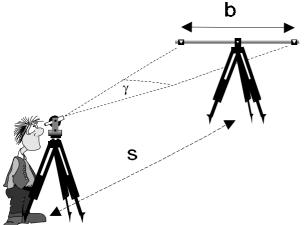
$$s = k \cdot l \cdot \sin z \cdot \sin z$$
  
 $\Delta h = k \cdot l \cdot \sin z \cdot \cos z + (i - m)$ 

Mit der Instrumentenhöhe i und der Zielhöhe m (Ablesung am Mittelfaden) berechnet sich H<sub>E</sub> nach:

$$H_F = H_A + \Delta h$$

In der Reduktionsformel für s wird das 2. sin z erforderlich, weil die Nivellierlatte normalerweise lotrecht und nicht

senkrecht zur Zielung aufgehalten wird.



Bei der **Basislatten**messung wird der parallaktische Winkel  $\gamma$  zwischen den Zielmarken einer horizontal aufgebauten Basislatte gemessen. Die Zielmarken haben einen Abstand von 2,0000 m mit einer Genauigkeit von <  $\pm$  0,1mm. Die Basislatte wird mit Hilfe eines Diopters (Zielfernrohr) auf den Theodoliten ausgerichtet, damit sie senkrecht zur Zielung steht. Wenn der parallaktische Winkel  $\gamma$  mit hoher Genauigkeit (Sekundentheodolit) gemessen wird, ist diese Methode für kurze Strecken mit  $\pm$  2 mm/30 m sehr genau. Die Genauigkeit sinkt proportional zum Quadrat der Strecke, deshalb müssen längere Strecken zur Genauigkeitssteigerung unterteilt werden (s. Klausuraufgaben S. 14).

Auch wenn Theodolit und Basislatte unterschiedlich hoch sind, erhält man wegen der Messung des Horizontalwinkels immer die Horizontalstrecke zwischen Stand- und Zielpunkt erhalten!

#### LÄNGENMESSUNG (MECHANISCH)

Der horizontale Abstand zwischen zwei Punkten kann mit einem Stahlmeßband in Hin- und Rückmessung bestimmt werden. Ein geeichtes Stahlmeßband (DIN 6403; 20, 30 oder 50 m lang) darf unter Eichbedingung (20° C Temperatur und 50 N Zugspannung) aufliegend gemessen um 1 · 10<sup>-4</sup> vom Sollwert abweichen. Gemessen wird normalerweise mit freischwebendem Meßband, wobei die Enden mit einem mechanischen Lot auf den Boden projiziert werden. In geneigtem Gelände führt dies zur sogenannten Staffelmessung. Bei hohen Genauigkeitsanforderungen müssen an Stahlbandmessungen folgende Korrekturen angebracht werden:



Staffelmessung

- a) Eichkorrektur ( Abweichung aus Eichung )
- b) Temperaturkorrektur ( Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  = 11,5  $\cdot$  10<sup>-6</sup>)
- c) Spannungskorrektur, wenn P ≠ 50 N
- d) Durchhangskorrektur (vom Betrage her am größten!)

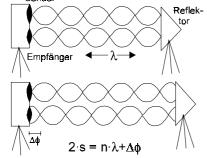
T = Meßtemperatur in °C a) aus Prüfprotokoll  $T_0$  = Eichtemp. (meist 20 °C) b)  $v_T = 11.5 \cdot 10^{-6} (T - T_0) \cdot L$ L = Bandlänge in m P = Zugspannung in N $P_0$  = Eichzugsp. (meist 50 N) = Querschnittsfl. des Bandes (mm<sup>2</sup>)  $(2,1 \cdot 10^5 \text{ N / mm}^2 \text{ bei Stahl})$   $G^2 \cdot \sin^2 z \cdot$ E = Elastizitätsmodul

Gewicht des Bandes pro Meter ca. 0,2(N/m) $(Stahl = 7.8 t / m^3)$ 

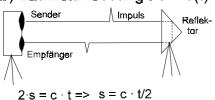
#### LÄNGENMESSUNG (ELEKTRONISCH)

Für Streckenmessungen mit elektronischen Tachymetern müssen auf dem Anfangspunkt das Gerät und auf dem Endpunkt ein Reflektor aufgebaut werden. Vom Prinzip her werden im Gerät für mehrere Wellenlängen Phasenunterschiede Δφ zwischen ausgesendetem und reflektiertem Signal gemessen, die dann die Schrägstrecke abzuleiten gestatten. Die Messungen müssen wegen

a) Phasenmessung :  $s = s(\Delta \phi)$ 



b) Laufzeitmessung : s = s(t)



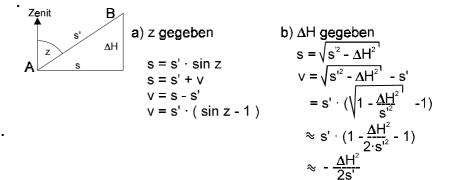
c = Lichtgeschwindigkeit = 299792.458 km/sec

Luftdruck und -temperatur korrigiert werden, da Abweichungen von 1°C von der Eichtemperatur 20° C und 3 mbar vom Eichluftdruck 1013,25 mbar jeweils Fehler von 1 mm/km verursachen. Elektronische Tachymeter haben eine Standardmeßgenauigkeit von  $\sigma_s = \pm$  (3 mm + 3 ppm·s), 1 ppm = 1 · 10<sup>-6</sup> = 1 mm/km. Daraus folgt:  $\sigma_{1km}$  =  $\pm$  6 mm,  $\sigma_{2km}$  =  $\pm$  9 mm und  $\sigma_{500m}$  =  $\pm$  4.5 mm. Bei Präzisionsgeräten findet man auch  $\sigma_s = \pm (1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm·s}).$ 

Die Standardabweichung von elektronischen Tachymetern kann durch Mehrfachmessung nicht verbessert werden.

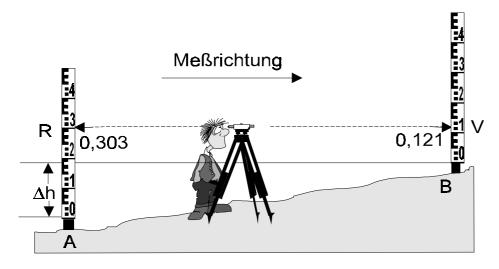
Neuere Geräte arbeiten nach dem Prinzip der Laufzeitmessung, z.T. auch ohne Reflektor. Für die Kombination von Tachymeter und Reflektor muß eine Additionskonstante oder Nullpunktkorrektur bestimmt werden (s. Klausuraufgaben Seite 1). Mit Frequenzmessungen wird der Maßstab überwacht. Durch sorgfältige Ausrichtung des Gerätes zum Reflektor hin minimiert man die Fehlereinflüsse von Phaseninhomogenitäten.

Elektronisch gemessene Strecken sind Schrägstrecken und müssen daher in den Horizont reduziert werden. Dies geschieht mit Hilfe des zusätzlich gemessenen Zenitwinkels z oder des Höhenunterschiedes ΔH.

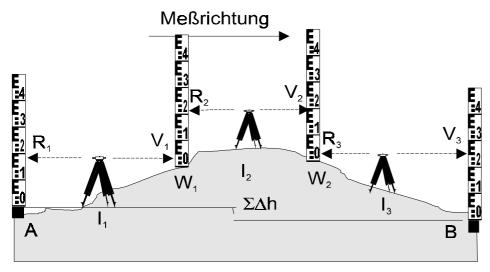


#### **HÖHENMESSUNG** (GEOMETRISCHES NIVELLEMENT)

Unter NIVELLIEREN versteht man das Messen von Höhenunterschieden mit einer horizontalen Zielung. Diese wird mit einem Nivellier hergestellt, das im wesentlichen aus einem Fernrohr mit Fadenkreuz besteht. Die Zielachse des Fernrohres wird mit Libellen oder Kompensatoren (automatische Nivelliere) horizontiert. Die Bezugsfläche für Höhen ist die mittlere Meereshöhe am Amsterdamer Pegel. Diese Fläche wird als Normalnull (NN) bezeichnet. Der deutsche Normal-Höhenpunkt befindet sich in der Nähe der Berliner Sternwarte und liegt +37,000 m über NN. Bei einem Nivellement werden die Werte für die horizontale Ziellinie an lotrecht gestellten Maßstäben (Nivellierlatten) abgelesen. Der Höhenunterschied zweier Punkte ergibt sich aus den zugehörigen Lattenablesungen, die mit Rückwärts (R) und Vorwärts (V) bezeichnet werden. Er wird vorzeichenrichtig aus der Differenz zwischen der Rückwärts- und der Vorwärtsablesung (Steigen = + ; Fallen = - ) berechnet.



 $\Delta h = R - V$ 



 $\Delta h$  = R - V = 0,303 - 0,121 = + 0,182 m Ist die Höhe des Ausgangspunktes A = + 85,604 m NN, so erhält man die Höhe des Endpunktes B durch Addition des Höhenunterschiedes.

$$H_B = H_A + \Delta h = 85,604 + 0,182$$
  
= 85,786 m üNN

Ist der Endpunkt B vom Anfangspunkt A so weit entfernt, daß B nicht durch eine ein-zelne Instrumentenaufstellung erreicht wer-den kann, wird, vom Anfangspunkt A aus-gehend, die oben beschriebene Höhenbe-stimmung so aneinandergereiht, bis der Endpunkt B erreicht ist (Abstand zwischen zwei Nivellierlatten maximal ca. 50 m). Das Instrument wird in I1 aufgestellt und R1 und V<sub>1</sub> werden abgelesen. Dann stellt der Beobachter das Instrument in I2 auf und liest R<sub>2</sub> und V<sub>2</sub> ab. Beim Umsetzen des Instruments ist darauf zu achten, daß sich die Höhe des Lattenaufsetzpunktes in W<sub>1</sub> nicht verändert. Die Messung endet im vorliegenden Beispiel auf In mit der Vorwärtsablesung V<sub>n</sub>. Der Gesamthöhenunterschied ΔH zwischen den Punkten A und B errechnet sich aus der Summe aller Einzelhöhenunterschiede. Eine Rechenkontrolle wird durch zweimaliges Berechnen von ΔH erreicht, 1. aus  $\Sigma$ dh und 2. aus  $\Sigma$ R- $\Sigma$ V. Während der Messung aufgetretene Fehler werden hierdurch nicht aufgedeckt. Das Nivellement wird deshalb niemals auf einem Neupunkt beendet, sondern bis zu einem 2., höhenmäßig bekannten Festpunkt weitergeführt und dort abgeschlossen. Der zwischen den Festpunkten gemessene Ist-Höhenunterschied wird dann zur Kontrolle mit dem Sollhöhenunterschied, der sich aus der Differenz der Festpunkthöhen ergibt, verglichen. Wenn

# Geometrisches Nivellement mit Wechselpunkten

$$\begin{array}{l} \Delta h_{1} = R_{1} - V_{1} \\ \Delta h_{2} = R_{2} - V_{2} \\ \Delta h_{3} = R_{3} - V_{3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta h_{n} = R_{n} - V_{n} \\ \vdots \\ n & n & n \\ \Sigma \Delta h_{i} = \Sigma R_{i} - \Sigma V_{i} & = \Delta H_{IST} \\ 1 & 1 & 1 \end{array}$$

kein 2. Festpunkt in der Nähe ist, kann das Nivellement auch zum 1. Festpunkt zurückgeführt werden. Dabei ergibt sich als Meßkontrolle

$$\Delta H_{SOLL} = 0$$

Dieser Fall sollte die Ausnahme bleiben, weil eine eventuelle Veränderung des Anschlußpunktes durch Baumaßnahmen etc. nicht aufgedeckt werden kann, während eine vom Betrag gleiche Höhenänderung von **zwei** Anschlußpunkten sehr unwahrscheinlich wäre.

$$H_B - H_A = \Delta H_{SOLL}$$

#### **NIVELLEMENTSARTEN**

Geometrische Höhenmessungen werden nach Genauigkeit und Verwendungszweck unterschieden. Die Genauigkeit eines Nivellements wird durch die Standardabweichung σ für 1 km Nivellement in mm / km festgelegt, die die mittlere zufällige Unsicherheit einer Höhenmessung bezogen auf ein Nivellement von einem Kilometer Länge angibt. Eine Unterteilung nach Genauigkeit ergibt

# Nivellement Standardabweichung $\sigma_{1km}$ für 1 km Nivellement Standardabweichung $\sigma$ für eine Strecke S Einfaches oder Baunivellement > $\pm$ 3,0 mm / km Ist für ein Gerät $\sigma_{1km}$ mit $\pm$ 3,0 mm/km angegeben, so erTechnisches oder Ingenieurnivellement $\pm$ 3,0 - $\pm$ 1,0 mm / km gibt sich $\sigma_{S}$ nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz (s. SeiFein- oder Präzisionsnivellement $\leftarrow$ 1,0 mm / km te 24) zu $\sigma_{S} = \sigma_{1km} \cdot \sqrt{S}$ (S in km). Für zwei Punkte, die

3 km voneinander entfernt sind, ergibt sich der Höhenunterschied  $\Delta H$  danach mit einer zu erwartenden Standardabweichung  $\sigma_{\Delta H}=\pm 3.0\cdot 1.7$  mm =  $\pm 5.1$  mm, bei einem Abstand von S = 500 m entsprechend zu  $\sigma_{\Delta H}=\pm 3.0\cdot 0.7$  mm =  $\pm 2.1$  mm. Die bei einem Nivellement erreichbare Genauigkeit hängt vom Beobachter, dem Instrument, den Nivellierlatten, dem Meßverfahren und den Verhältnissen (Boden, Wetter etc.) ab. Bei genaueren Messungen muß strikt auf die Einhaltung gleicher Zielweiten für die Vorwärts- bzw. Rückwärtsblicke geachtet werden, um Einflüsse aus Zielachsfehler (Restneigung der Zielachse) sowie Erdkrümmung und Refraktion zu eliminieren. Eine Unterteilung nach Verwendungszweck ergibt:

Festpunkt - Nivellements für die Höhenbestimmung von Festpunkten und für die Bauabsteckung

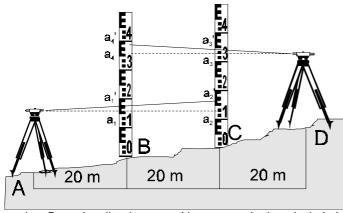
(punktförmige Objekte)

Längen - Nivellements für die Bestimmung von Höhenprofilen bzw. von Längenschnitten

(linienförmige Objekte)

Flächen - Nivellements für die Aufnahme von Flächen für Massenberechnungen, Planierungen etc.

(flächenförmige Objekte)



#### ÜBERPRÜFUNG DER ZIELACHSE

Beim Nivellieren muß die Zielachse horizontal sein, wenn die Röhrenlibelle einspielt bzw. der Kompensator einwandfrei arbeitet. Dies sollte vor jeder Messung mit der Nivellierprobe überprüft werden. Dazu wählt man einen Aufbau nach der Skizze. Die erste Aufstellung erfolgt in A und ergibt die zielachsfehlerbehafteten Ablesungen  $a_1$ ' und  $a_2$ '. Die zweite Aufstellung erfolgt in D und ergibt die fehlerhaften Ablesungen  $a_3$ ' und  $a_4$ '. Die fehlerfreie Ablesung  $a_4$  ergibt sich zu:

$$a_4 = a_1' - a_2' + a_3'$$

abgeleitet aus der Gleichheit des Höhenunterschiedes von B und C aus (s. Klausuraufgaben Seite 6). Das Fadenkreuz des Nivelliers kann mit einem Justierstift von  $a_4$ ' auf  $a_4$  verstellt

werden. Danach sollte der ganze Vorgang noch einmal wiederholt werden.

#### DAS FESTPUNKTNIVELLEMENT

Ziel des Festpunktnivellements ist die Bestimmung der Höhe von Neupunkten im Anschluß an vorhandene Höhenfestpunkte. Informationen über diese Festpunkte (NivP-Übersicht, NivP-Beschreibung und NivP-Kartei) erhält man beim Kataster- oder Vermessungsamt der Stadt oder des Kreises. Die Auswertung eines Festpunktnivellements wird in Beispiel 1 erläutert.

Pkt	Rückw	Zwi	Vorw	∆h(+)	∆h(-)	Н	s(m)
1	2	3	4	5	6	7	8
Α	1,263					37,602	Α
W1	1,761		1,538		0,275 <sup>1</sup>	37,328	40
W2	1,920		1,862		0,101	37,227	80
В	1,710		1,803	0,117 <sup>1</sup>		37,345	В
W3	1,561		1,612	$0,098^{1}$		37,444	160
W4	1,490		1,502	0,059		37,503	200
С	1,862		1,572		0,082 <sup>1</sup>	37,422	С
W5	1,763		1,931		0,069 <sup>1</sup>	37,354	280
W6	1,894		1,768		0,005	37,349	320
W7	1,453		1,802	0,092 <sup>1</sup>		37,442	360
Е			1,002	0,451		37,893	Е
	16,677		16,392	0,817	0,532		

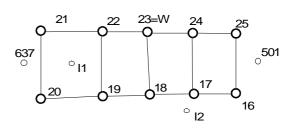
Pkt	Rückw	Zwi	Vorw	∆h(+)	∆h(-)	Н	s(m)
1	2	3	4	5	6	7	8
637	1,026					57,631	637
20		1,323			0,297	57,334	20
21		1,574			0,251	57,083	21
22		1,693			0,119	56,964	22
19		1,800			0,107	56,857	19
23	2,675		1,891		$0,091^2$	56,764	23
18		2,436		0,239		57,003	18
17		2,262		0,174		57,177	17
16		2,811			0,549	56,628	16
24		1,835		0,976		57,604	24
25		1,878			0,043	57,561	25
501			1,926		0,048 <sup>2</sup>	57,511	501
	3,701	•	3,817	1,389	1,505		•

# Punktnivellement (Beispiel 1)

Bestimmung der NN-Höhen von B und C Zielweiten : 20 m  $\Rightarrow$  Meßweg A - E : 0,4 km

- 1.)  $H_E H_A = 37,893 37,602 = 0,291 \text{ m} = \Delta H_{SOLL}$
- 2.)  $\Sigma R \Sigma V = 16,677 16,392 = 0,285$  m =  $\Delta H_{IST}$
- 3.) v =  $\Delta H_{SOLL}$   $\Delta H_{IST}$  = 0,291 m 0,285 m = 0,006 m 1mm Verbesserung pro 67 m Meßweg
- 5.) Verprobung :  $\Sigma\Delta H(+) + \Sigma\Delta H(-) = \Sigma R \Sigma V$ 0,817 + (-0,532) = 16,677 - 16,392 = 0,285 m
- 8.)  $\sigma_{km} = \pm \frac{v}{\sqrt{R}} = \pm \frac{6}{\sqrt{0.4}} = \pm 9.5 \text{ mm / km}$

## Flächennivellement (Beispiel 2)



- 1.) 57,511 57,631 = 0,120 m
- 2.) 3,701 3,817 = 0,116 m
- 3.) v = -0.004 m
- 5.) 1,389-1,505 = 3,701-3,817 = -0,116 m

#### Gang der Auswertung zu Beispiel 1

1. Bestimmung des Sollhöhenunterschiedes Ahsoll als Differenz zwischen End- und Anfangshöhe

$$\Delta h_{SoII} = H_E - H_A = 37,893 - 37,602 = 0,291 \text{ m}$$

- 2. Bestimmung des Isthöhenunterschiedes  $\Delta h_{lst} = \Sigma R \Sigma V = 16,677 16,392 = 0,285 m$
- 3. Berechnung der Verbesserung  $V = \Delta H_{Soll} \Delta H_{lst} = 0,291 0,285 = 0,006 \text{ m}$

Es muß von Fall zu Fall entschieden werden, ob die Differenz Soll - Ist der gewünschten Genauigkeit entspricht. Bei Einhaltung der Fehlergrenzen wird die Differenz (v = Verbesserung) auf die Meßwerte verteilt. Werden die Fehlergrenzen überschritten, muß eine Neumessung erfolgen. Im Beispiel wurde mit einem Baunivellier und einer cm-Felder-Nivellierlatte gemessen. Die aufgetretene Differenz von 6 mm ist dann zulässig, weil mit diesem Instrumentarium eine höhere Genauigkeit kaum erreicht werden kann.

- 4. Berechnung der Höhenunterschiede  $\Delta h_i = R_i V_i$
- 5. Rechenkontrolle  $\Sigma \Delta h_i = \Sigma R_i \Sigma V_i = \Sigma \Delta h(+) + \Sigma \Delta h(-)$
- 6. Verteilung der Verbesserung v proportional zur Strecke des Nivellements auf die Höhenunterschiede der Wechselpunkte
- 7. Bestimmung der endgültigen Höhen  $H_{i+1} = H_i + \Delta h_{i+1} + v_i$   $v_i = (v/\Sigma s_i) \cdot \Delta s_i$

Kontrolle: Nach Aufsummierung der verbesserten Höhenunterschiede erhält man HE ohne Abschlußdifferenz!

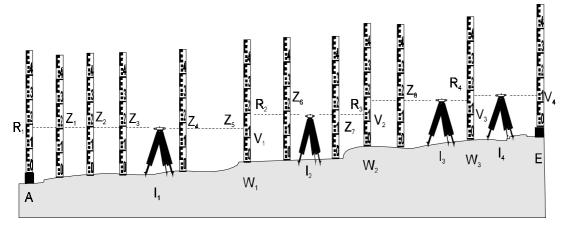
8. Bestimmung der Standardabweichung  $\sigma$  für 1 km Nivellement  $\sigma_{km}=\pm\frac{v}{\sqrt{R}}=\pm\frac{6}{\sqrt{0.4}}=\pm9.5$  mm / km

#### **NIVELLEMENT MIT ZWISCHENABLESUNGEN**

Durch Einschalten von Zwischenablesungen können von einem Instrumentenstandpunkt mehrere Geländepunkte eingemessen werden. Zuerst werden der Rückblick zum Wechselpunkt W<sub>i</sub>, dann der Reihe nach die Zwischenblicke auf den betreffenden Geländepunkten abgelesen. Die Zwischenblicke werden im Nivellementsvordruck in der Spalte 3, (Z oder M), aufgeschrieben. Die Vorwärtsablesung zum Wechselpunkt W<sub>i+1</sub> wird abschließend durchgeführt. Die Auswertung eines Nivellements mit Zwischenablesungen erfolgt so, daß jeder Zwischenblick als Vor- und Rückblick angesehen wird (Beispiel 2). Bei einer großen Anzahl von Zwischenblicken empfiehlt es sich, zum Schluß zur Kontrolle noch mal den Rückblick zum Wechselpunkt W<sub>i</sub> zu wiederholen. Die Zwischenblicke bleiben bei der Verteilung des Abschlußfehlers v unberücksichtigt

#### DAS LÄNGENNIVELLEMENT

Zur Erfassung der Oberfläche zum Zwecke der Herstellung von Profilen (Straßen, Eisenbahnen, Kanäle) wird das Längennivellement angewendet. Vor Beginn des Nivellements werden die einzumessenden Punkte durch eine Stationierung festgelegt. Markante Geländepunkte können außerhalb der festen Stationierung unter Angabe der Lage (Spalte "Bemerkungen") mit eingemessen werden. Zur Vermeidung zu kurzer Zielungen sollte das Nivellier **seitlich** der Trasse aufgestellt werden.

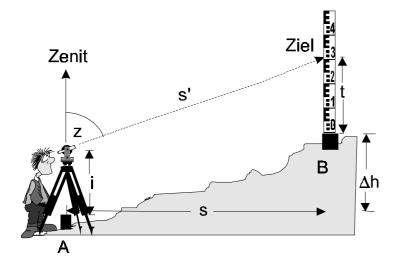


Die Auswertung erfolgt wie beim Festpunktnivellement mit Zwischenblicken. Der Anschlußfehler v wird wieder vor Berechnung der endgültigen Höhen verteilt, hier jedoch **nur** auf die Wechselpunkte.

#### DAS FLÄCHENNIVELLEMENT

Das Flächennivellement dient der Aufnahme von Flächen als Unterlage für Planungen und Massenberechnungen beim Bau von Siedlungen, Sportplätzen, für die Be- und Entwässerung von Grundstücken, u.ä. . Für die Durchführung eines Flächennivellements wird das aufzunehmende Gelände mit einem Raster überzogen. Die Seitenlängen der einzelnen Raster sind abhängig von der Geländeform und vom Verwendungszweck der Messung. Die Netzpunktabstände können etwa zwischen 10 und 50 Meter liegen. Nivelliert werden sämtliche, vorher vermarkte Netzschnittpunkte. Für die Meßanordnung ist darauf zu achten, daß möglichst viele Netzpunkte als Zwischenablesungen von einem Instrumentenstandpunkt aus gemessen werden können (Beispiel 2).

#### TRIGONOMETRISCHE HÖHENBESTIMMUNG



Der Grundgedanke der trigonometrischen Höhenmessung besteht darin, daß mit dem im Standpunkt A nach einem Zielpunkt B gemessenen Zenitwinkel z und mit der Horizontalentfernung s der Höhenunterschied  $\Delta h$  zwischen A und B nach

$$\Delta h = s \cdot \cot z + (i - t)$$

bestimmt wird. Bei geneigtem Gelände und gemessener Schrägstrecke s' berechnen sich Höhenunterschied  $\Delta h$  und Horizontalentfernung s aus

$$\Delta h = s' \cdot cos z + (i - t) und$$
  
 $s = s' \cdot sin z$ 

Die Höhe des Neupunktes errechnet sich dann zu

$$H_B = H_A + \Delta h + K$$

Mit K wird ein Korrekturglied bezeichnet, mit dessen Hilfe der Einfluß der Erdkrümmung und der Strahlbrechung (Refraktion) berücksichtigt wird:

$$K = \frac{(1-k)}{2 \cdot R} \cdot s^2$$

Es bedeuten : k : Refraktionskoeffizient  $\approx 0.13$ 

R: Erdradius  $\approx 6.38 \cdot 10^6$  m s: Horizontalentfernung in m

 $s = 50 \text{ m} \Rightarrow K = 0.2 \text{ mm}$ 

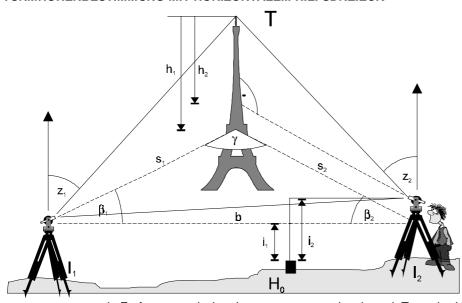
 $s = 100 \text{ m} \implies K = 0.7 \text{ mm}$   $s = 500 \text{ m} \implies K = 0.017 \text{ m}$  $s = 1.000 \text{ m} \implies K = 0.068 \text{ m}$ 

s = 10.000 m  $\Rightarrow$  K = 6.83 m !!

#### **TURMHÖHENBESTIMMUNG**

Eine besondere Anwendung findet die trigonometrische Höhenbestimmung in der Bestimmung von Turmhöhen, wo die Strecke zwischen Stand- und Zielpunkt nicht direkt gemessen werden kann. Hierbei muß je nach örtlicher Gegebenheit entweder ein horizontales oder ein vertikales Hilfsdreieck verwendet werden.

#### TURMHÖHENBESTIMMUNG MIT HORIZONTALEM HILFSDREIECK



Eine möglichst horizontale Basis wird so ausgewählt, daß die von ihren Endpunkten ausgehenden Zielstrahlen sich im Hochpunkt ungefähr unter einem rechten Winkel schneiden, was bedeutet, daß die Basis b größer ist als  $s_1$  und  $s_2$ .

#### Gemessen werden:

- die Horizontalentfernung b zwischen den Basisendpunkten,
- die Höhen  $i_1$  und  $i_2$  der Kippachsen über dem

Anschlußpunkt H<sub>0</sub>,

- Horizontal- und Zenitwinkel in den Basisendpunkten.

Die in den Abb. benutzten Abkürzungen be-

 $z_i$ : Zenitwinkel,  $\beta_i$ : Horizontalwinkel,

b: Basis = horizontale Entfernung zwischen den Instrumentenstandpunkten,  $s_i$ : horizon-

tale Entfernung zwischen Instrumenten-standpunkt und Turm,  $h_i$ : Höhenunterschied

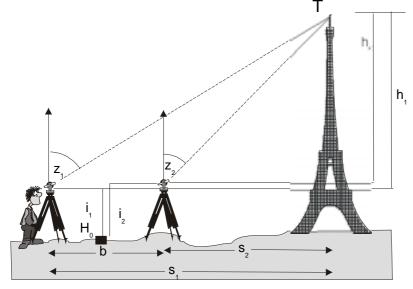
zwischen Kippachse und Turmspitze T, i: Höhenunterschied zwischen Anschlußhöhe H<sub>0</sub> und Kippachse.

Berechnungen: 
$$\sin \gamma = \sin \left(\beta_1 + \beta_2\right)$$
 
$$s_1 = \frac{b \cdot \sin \beta_2}{\sin \gamma}$$
 
$$s_2 = \frac{b \cdot \sin \beta_1}{\sin \gamma}$$
 
$$weil \ \gamma = 200 \cdot \left(\beta_1 + \beta_2\right)$$
 
$$h_1 = s_1 \cdot \cot z_1$$
 
$$h_2 = s_2 \cdot \cot z_2$$
 
$$K_1 = \frac{(1-k)}{2 \cdot R} \cdot s_1^2$$
 
$$K_2 = \frac{(1-k)}{2 \cdot R} \cdot s_2^2$$

$$H_1 = H_0 + i_1 + h_1 + K_1$$
  $H_2 = H_0 + i_2 + h_2 + K$   $H_T = \frac{1}{2} \cdot (H_1 + H_2)$ 

#### TURMHÖHENBESTIMMUNG MIT VERTIKALEM HILFSDREIECK

Im vertikalen Hilfsdreieck wird die Basis b so gelegt, daß der zu bestimmende Hochpunkt T in ihrer Verlängerung liegt.



Gemessen werden:

- die Horizontalentfernung b zwischen den Basisendpunkten
- die Höhen i<sub>1</sub> und i<sub>2</sub> der Kippachsen über dem Anschlußpunkt Ho
- die Zenitwinkel in den Basisendpunkten Berechnungen:

$$s_1 = \frac{(i_2 - i_1) - b \cdot \cot z_2}{\cot z_1 - \cot z_2}$$

$$h_1 = s_1 \cdot \cot z_1$$

$$K_1 = \frac{(1-k)}{2 \cdot R} \cdot s_1^2$$

$$H_1 = H_0 + i_1 + h_1 + K_1$$

$$s_2 = \frac{(i_2 - i_1) - b \cdot \cot z_1}{\cot z_1 - \cot z_2}$$

$$h_2 = s_2 \cdot \cot z_2$$

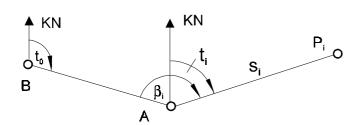
$$K_2 = \frac{(1-k)}{2 \cdot R} \cdot s_2^2$$

$$H_2 = H_0 + i_2 + h_2 + h_3$$

$$H_T = \frac{1}{2} \cdot (H_1 + H_2)$$

#### KOORDINATENBESTIMMUNG (POLARES ANHÄNGEN = POLARAUFNAHME)

Durch Winkel- und Streckenmessungen können Neupunkte von einem bekannten Standpunkt mit einem bekannten Anschlußpunkt polar angehängt werden. Informationen über bekannte = koordinierte Punkte (trigonometrische Punkte, Polygonpunkte, Aufnahmepunkte) sind beim Kataster- oder Vermessungsamt der Stadt oder des Kreises erhältlich (TP-Übersicht, Einmessungsskizzen, Kartei der TP usw.). Die polaren Messelemente sind Brechungswinkel  $\beta$  und Strecke s.



gegeben:

gemessen:

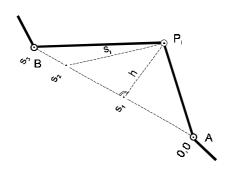
 $t_0 = \arctan\left(\frac{Y_A - Y_B}{X_A - X_B}\right)$ gerechnet:

berechnet:

Eine Verprobung der Messung erfolgt durch - Aufnahme von einem 2. Festpunkt aus.

#### KOORDINATENBESTIMMUNG (ORTHOGONALAUFNAHME, Kleinpunktberechnung)

Durch Streckenmessung mit Meßband und Einsatz eines Rechtwinkelprismas können Neupunkte von zwei bekannten Anschlußpunkten aus orthogonal bestimmt werden.



gegeben:  $Y_A$ ,  $X_A$ ,  $Y_B$ ,  $X_B$ genessen:  $s_1, s_2, s_3, h, s_i$ gerechnet:  $s = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$ 

 $Y_{H} = Y_{A} + \frac{Y_{B} - Y_{A}}{s_{3}} \cdot s_{1}$ berechnet:

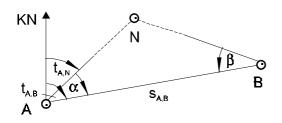
 $X_{H} = X_{A} + \frac{X_{B} - X_{A}}{s_{3}} \cdot s_{1}$   $Y_{i} = Y_{H} + \frac{X_{B} - X_{A}}{s_{3}} \cdot h$   $X_{i} = X_{H} - \frac{Y_{B} - Y_{A}}{s_{3}} \cdot h$ 

· Wenn Pi links der Meßrichtung liegt, muß h mit negativem Vor-

zeichen eingeführt werden. Eine Verprobung der Orthogonalaufnahme erfolgt durch Strebenmessung (si) und Vergleich von si mit  $\sqrt{(s_2-s_1)^2+h^2}$ . Solche Streben verproben aber nur, wenn sie Hypotenusen in rechtwinkligen Dreiecken mit ungefähr gleich langen Katheten sind. In spitzwinkligen Dreiecken wird nur die längere Kathete verprobt, weil der Einfluß eines Fehlers in der kürzeren Kathete in der für den Vergleich zugestandenen Toleranz verschwindet ( ein 10 cm-Fehler in einer 1-m-langen Kathete macht sich nur mit 1 cm bemerkbar, wenn die andere Kathete 10 m lang ist.).

#### KOORDINATENBESTIMMUNG (VORWÄRTSSCHNITT)

Zur Bestimmung der Koordinaten von unzugänglichen Neupunkten (z.B. Kirchturmspitzen) im Anschluß an zugängliche Festpunkte wird ein Vorwärtsschnitt gemessen.



 $Y_A, X_A, Y_B, X_B$ gegeben:

gemessen:

 $t_{A,B} = \arctan\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right)$ gerechnet:

$$S_{A,B} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

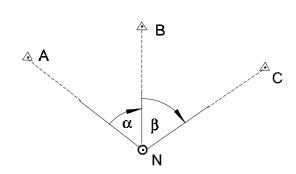
$$t_{A,N} = t_{A,B} - \alpha$$
  
 $S_{A,N} = S_{A,B} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)}$ 

Wenn der Schnittwinkel bei N sehr spitz oder sehr stumpf wird, ergibt sich ein "schleifender Schnitt" und die Punktbestimmung wird u.U. sehr ungenau.

$$Y_N = Y_A + S_{A,N} \cdot \sin t_{A,N}$$
  
 $X_N = X_A + S_{A,N} \cdot \cos t_{A,N}$ 

#### KOORDINATENBESTIMMUNG (RÜCKWÄRTSSCHNITT)

Zur Bestimmung der Koordinaten eines zugänglichen Neupunktes im Anschluß an unzugängliche Festpunkte wird ein Rückwärtsschnitt gemessen.



$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & \text{$Y_{\text{A}}$, $X_{\text{A}}$, $Y_{\text{B}}$, $X_{\text{B}}$, $Y_{\text{C}}$, $X_{\text{C}}$} \\ \text{gemessen:} & \alpha, \ \beta \end{array}$$

$$03 = (Y_C - Y_A) \cdot B1 - (X_C - X_A)$$

$$04 = (X_B - X_A) \cdot A1 + (Y_B - Y_A)$$

$$05 = \frac{03 \cdot 04 - 01 \cdot 02}{(01 - 03)^2 + (02 - 04)^2}$$

$$X_N = X_A + 05 \cdot (02 - 04)$$

$$Y_N = Y_A - 05 \cdot (01 - 03)$$

Zur Vermeidung von unbestimmten Ausdrücken für A1 und B1 (z.B.  $\alpha$  = 100 oder 200 gon) kann der Winkel  $\alpha$  um 0.00001 gon verändert werden. Die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  ergeben als geometrischen Ort für den Neupunkt N jeweils einen Kreisbogen über den Sehnen A-B und B-C. N ergibt sich dann als Schnittpunkt dieser beiden Kreisbögen. Wenn N daher in der Nähe des "gefährlichen Kreises" liegt, des Kreises durch die Punkte A, B und C, gehen die beiden Kreise ineinander über, schneiden sich in einem "schleifenden Schnitt" und das Verfahren wird ungenau bzw. führt zu keiner Lösung.

#### KOORDINATENBESTIMMUNG (KOORDINATENTRANSFORMATION)

Wenn die Koordinaten von mehreren Punkten in einem Koordinatensystem (Y', X') bekannt sind und die Koordinaten von 2 dieser Punkte auch in einem anderen Koordinatensystem (Y, X) vorliegen, dann können die Koordinaten der anderen Punkte vom System (Y', X') in das System (Y, X) umgerechnet werden.

gegeben: 
$$Y'_1$$
,  $X'_1$ ,  $Y_2$ 

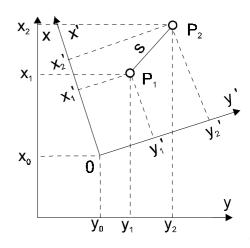
Berechnung: s' = 
$$\sqrt{(Y'_2-Y'_1)^2 + (X'_2-X'_1)^2}$$

$$s' = \sqrt{(Y'_2 - Y'_1)^2 + (X'_2 - X'_1)^2}$$
  
$$s = \sqrt{(Y_2 - Y_1)^2 + (X_2 - X_1)^2}$$

Probe: 
$$s' = s$$

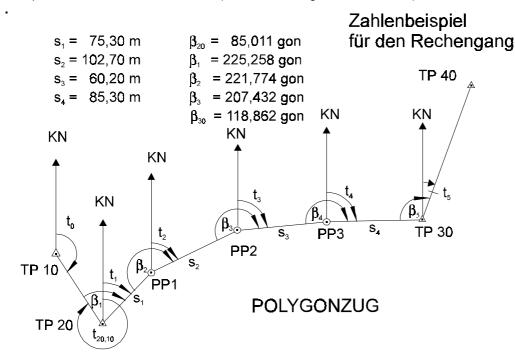
$$s' = s o = \frac{(Y_2 - Y_1) \cdot (X'_2 - X'_1) - (X_2 - X_1) \cdot (Y'_2 - Y'_1)}{s'^2}$$

$$a = \frac{(Y_2 - Y_1) \cdot (Y_2 - Y_1) + (X_2 - X_1) \cdot (X_2 - X_1)}{s'^2}$$



#### KOORDINATENBESTIMMUNG (POLYGONZUG)

Ein Polygonzug entsteht bei mehrfach hintereinander angewendetem polaren Anhängen. Endet der Polygonzug auf einem Neupunkt, so bezeichnet man ihn als **offenen** Zug. Besser ist der Abschluß auf einem bekannten Festpunkt mit Anschlußpunkt (geschlossener Polygonzug). Dabei werden 3 Elemente (2 Winkel und 1 Strecke) mehr gemessen als für eine eindeutige Berechnung der Neupunktkoordinaten erforderlich sind (Überbestimmung = Redundanz = 3), so daß sich Kontrollmöglichkeiten ergeben.

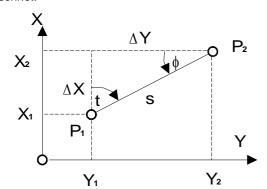


- β<sub>i</sub> Brechungswinkel (gemessen)
- t<sub>i</sub> Richtungswinkel (berechnet)
- s<sub>i</sub> Polygonseiten
- TP 20 Anfangspunkt
- TP 30 Endpunkt
- TP 10 Anschlußpunkt zur Bestimmung der Anschlußrichtung
- TP 40 Abschlußpunkt zur Bestimmung der Abschlußrichtung
  - PP Polygonpunkte
  - KN Kartennord

Die Koordinaten der Anschlußpunkte sind VV 8 ( Vermessungsvordruck 8 für die Berechnung von Richtungswinkel und Entfernung ) zu entnehmen.

#### BESTIMMUNG DER AN- UND ABSCHLUßRICHTUNG IN VERMESSUNGSVORDRUCK 8 (VV 8)

Nach folgenden Formeln wird der Richtungswinkel t (Winkel zwischen Kartennord und einer gegebenen Richtung) von P<sub>1</sub> nach P<sub>2</sub> berechnet.



$$t_{P1,P2}$$
 = arctan  $\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$  =  $t_{P2,P1}$  - 200

$$\varphi$$
 = arctan  $\frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1}$  Probe: t +  $\varphi$  = 100 oder 500 gon

$$s = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$$
 Probe:  $s = \left| \frac{\Delta Y}{\sin t} \right| = \left| \frac{\Delta X}{\cos t} \right|$ 

Bei dieser Berechnung muß noch die u.a. Quadrantenüberlegung angestellt werden, da die Taschenrechner nur mit 2 Quadranten arbeiten. Um diese Überlegung zu umgehen, empfiehlt sich die Anwendung der "Theißen"-Formel mit  $X_2 = X_2 + 1 \cdot 10^{-6}$ :

$$t = \arctan \ \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} + \text{(1 - 0,5 \cdot SGN($\Delta Y$) - 0,5-SGN($\Delta Y$)-SGN($\Delta X$) )} \cdot \\$$

200

SGN(
$$\Delta Y$$
) = (0,1,-1) für  $\Delta Y$  =(0,> 0,<0)

# VV 8 Richtungswinkel und Entfernung

P <sub>2</sub>		Y <sub>2</sub>	X <sub>2</sub>	tan t	t
P <sub>1</sub>		Y <sub>1</sub>	X <sub>1</sub>	tan φ	ф
		$\Delta Y=Y_2-Y_1$	$\Delta X=X_2-X_1$	s= ∆Y⋅sin t  + ∆X⋅cos t	t + φ
		sin t	cos t	$s= \Delta Y/\sin t = \Delta X/\cos t $	
1	2	3	4	5	6
TP 20		88 258,64	2 601,71	-0,732984	159,7324
TP 10		87 973,15	2 991,20	-1,364286	340,2676
		285,49	-389,49	482,92	500,0000
		0,591181	-0,806539	92	
TP 40		88 635,35	3 028,24	0,291736	18,0709
TP 30		88 543,85	2 714,60	3,427760	81,9291
		91,50	313,64	326,71	100,0000
		0,280060	0,959982	71	

Die Bedeutung der Zahlen ergibt sich aus dem Formularkopf.

#### Quadrantenüberlegung

ΔΥ	ΔX	Qua.	TR	Erg.
+	+	I	t	0
+	0	I	-	100
+	-	Ш	-t	200
0	-	Ш	0	200
-	-	III	t	200
-	0	Ш	-	300
-	+	IV	-t	400
0	+	IV	0	0
0	0	Punk	te ident	isch

TR = Taschenrechnerergebnis Erg. = Additive Ergänzung für TR

#### KOORDINATENBERECHNUNG DER POLYGONPUNKTE IN VV 19

Im VV 19 werden die Koordinaten der Polygonpunkte berechnet. Das Formular dient auch zur Berechnung polar aufgenommener Punkte. Zur Vorbereitung der Berechnung werden in den Vordruck eingetragen:

VV 19 Polygonpunktberechnung

	. •	i diygonip	۳				
		sin t			Verb.	Verb.	
	Richt.w. t	S		Verprob.	ΔΥ	ΔX	Pkt.Nr
	Brech.w. β	cos t		$\Delta Y + \Delta X$	Υ	Χ	
1	2	3	4	5	6	7	8
	159,7324				87973,15	2991,20	TP 10
	85,0110				88258,64	2601,71	TP 20
		0,646378			+1		
	44,7434	75,30		106,13	48,67	57,46	
	225,2580	0,763018		106,13	88307,32	2659,17	PP 1
		0,891016			+1	-1	
	70,0014	102,70		138,13	91,51	46,62	
	221,7740	0,453971		138,13	88398,84	2705,78	PP 2
		0,991666			+1		
	91,7754	60,20		67,45	59,70	7,76	
	207,4320	0,128833		67,46	88458,55	2713,54	PP 3
		0,999920			+1		
	99,2074	85,30		86,36		1,06	
	118,8620	0,012450		86,35	88543,85	2714,60	TP 30
Call	40.0700	T- 000			E 40 04	74.4.04	lat
Soll	18,0709	$\Sigma s = 323 \text{ m}$			543,81	714,61	Ist
Ist	18,0694				fy = 0.04		
	W= 0,0015	<b>V</b>			L = 0,03		<b>V</b>
	FW=0,0090	•			Q = 0.02	FQ= 0,09	Ū

- die Punktnummern (Spalte 8)
- die gegebenen Koordinaten für den Anfangs- und den Endpunkt des Polygonzuges (Spalte 6 und 7)
- der Anschlußrichtungswinkel t<sub>10,20</sub> (Spalte 2) aus VV 8
- die gemessenen Brechungswinkel (Spalte 2)
- der Abschlußrichtungswinkel t<sub>30,40</sub>
   (Spalte 2) aus VV 8
- die gemessenen Polygonseitenlängen (Spalte 3)

#### BERECHNUNG DER WINKELAB-WEICHUNG W

$$W = t_{30,40} + n \cdot 200 \text{ gon } - (t_{10,20} + \Sigma\beta)$$

$$\Sigma\beta$$
 = Summe aller Brechungs-  
winkel

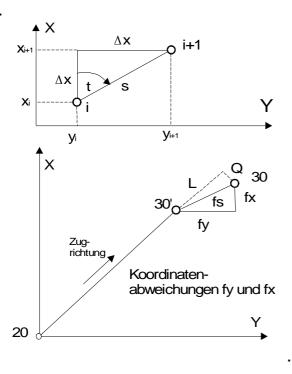
$$W = 18,0709 + 5 \cdot 200 - (159,7324 + 858,337)$$

$$= 0,0015 gon$$

Bleibt die Winkelabweichung W innerhalb der zulässigen Fehlergrenzen FW, kann in der Berechnung fort-gefahren werden. Andernfalls muß die Winkelmessung wiederholt

wer-den. Die amtlichen Fehlergrenzen FW für die Winkelabweichung W sind angegeben. Anschließend werden die Richtungswinkel berechnet:

 $t_i = t_{i-1} + \beta_i \pm 200$  gon oder Neue Richtung = Vorherige Richtung + Brechungswinkel  $\pm 200$  gon: 44,7434 = 159,7324 + 85,011 - 200 usw.



 $\cdot a, Q = u \cdot o$ 

#### BERECHNUNG DER VORLÄUFIGEN KOORDINATENUNTERSCHIEDE

 $\Delta x_i = s_i \cdot \cos t_i$  Die vorläufigen Koordinatenunterschiede werden verprobt mit :

$$\Delta y_i = s_i \cdot \sin t_i$$
  $\Delta y + \Delta x = s \cdot \sqrt{2} \cdot \sin (t + 50)$ 

#### BESTIMMUNG DER KOORDINATENABWEICHUNGEN

Aufgrund von Messungenauigkeiten führt ein von Punkt 20 ausgehender Polygonzug zu Punkt 30', während der gegebene Endpunkt in 30 liegt. Die Strecke 30/30' stellt die lineare Abweichung fs des Polygonzuges dar, die durch die Koordinatenabweichungen fx und fy bestimmt wird. Wird fs auf die Verbindungslinie 20/30' der beiden Zugenden (Zugrichtung) projiziert, erhält man die Längsabweichung L und die Querabweichung Q des Polygonzuges. Die Koordinatenabweichungen fx und fy ergeben sich aus:

fy = 
$$Y_{30}$$
 -  $Y_{30'}$  =  $Y_{30}$  -  $(Y_{20} + \Sigma \Delta y)$  = 0,04 m fx =  $X_{30}$  -  $X_{30'}$  =  $X_{30}$  -  $X_{30}$  -  $X_{30}$  = -0,01 m

Während für die Koordinatenabweichungen fx und fy keine amtlichen Fehlergrenzen existieren, sind die Grenzwerte FL und FQ für L und Q unten aufgeführt. Die Längsabweichung L und die Querabweichung Q eines Polygonzuges erhält man aus den folgenden Formeln:

$$\begin{array}{c} \text{mit } (\Delta y) \ = \ Y_{N'} \ - \ Y_A \ , \ (\Delta x) \ = \ X_{N'} \ - \ X_A \\ a \ = \ \frac{fy \cdot \left(\Delta y\right) + fx \cdot \left(\Delta x\right)}{\left(\Delta y\right)^2 + \left(\Delta x\right)^2} \ , \ o \ = \ \frac{fy \cdot \left(\Delta x\right) - fx \cdot \left(\Delta y\right)}{\left(\Delta y\right)^2 + \left(\Delta x\right)^2} \ , \ u \ = \ \sqrt{\left(\Delta y\right)^2 + \left(\Delta x\right)^2} \ , \end{array} \quad \begin{array}{c} L \ = \ u \ \\ \text{Probe: } fs^2 \ = \ L^2 \ + \ Q^2 \ = \ fx^2 \ + \ fy^2 \end{array}$$

Die Längsabweichung hat im **gestreckten** Zug ihre Ursache in der Streckenmessung, die Querabweichung in der Winkelmessung. Da fy und fx von der Richtung des Polygonzuges abhängen, muß vor der Beurteilung des Zuges auf L und W umgerechnet werden. Liegen Längs- und Querabweichung innerhalb der erlaubten Fehlergrenzen, können die endgültigen Koordinaten berechnet werden.

#### BERECHNUNG DER ENDGÜLTIGEN KOORDINATEN

Die Koordinatenabweichungen fy und fx werden zu Verbesserungen umgerechnet und so in Abhängigkeit von den Längen der einzelnen Polygonseiten streckenproportional auf die Koordinatenunterschiede verteilt:

$$vy_{1m} = \frac{fy}{\Sigma s}$$
 und  $vx_{1m} = \frac{fx}{\Sigma s}$   
 $vy_i = vy_{1m} \cdot s_i$ ,  $vx_i = vx_{1m} \cdot s_i$ 

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta y_i + vy_i,$$
  
 $X_i = X_{i-1} + \Delta x_i + vx_i.$ 

Durch fortlaufende Addition werden die endgültigen Koordinaten der Polygonpunkte berechnet:

Als Probe müssen die auf den Anfangspunkt aufsummierten  $\Delta y$  und  $\Delta x$  mit den jeweiligen Verbesserungen exakt die Koordinaten des Endpunktes (im Beispiel Punkt 30) ergeben.

#### FEHLERGRENZEN FW, FL UND FQ FÜR DIE ABWEICHUNGEN W, L und Q BEI POLYGONZÜGEN

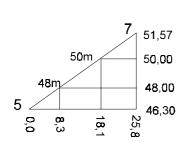
Polygonpunkte sind	FW	FQ	FL
Hauptaufnahmepunkte	6 mgon	0,06 m	0,06 m
Aufnahmepunkte	9 mgon	0,09 m	0,09 m

#### **TACHYMETERAUFNAHME**

In einer Tachymeteraufnahme werden zum Zwecke der Herstellung einer Karte topographische Gegenstände (Geländepunkte, Hausecken, Bäume, Straßengrenzen usw.) aufgemessen. Dazu werden von möglichst wenigen Standpunkten aus, deren Koordinaten und NN-Höhen vorher z.B. mit Polygonzug und trigonometrischem Nivellement bestimmt wurden, Richtungen, Zenitwinkel und Schrägstrecken zu den Neupunkten gemessen, um daraus deren Koordinaten und NN-Höhen abzuleiten (Polaraufnahme). Als Meßgerät wird ein Theodolit mit Reichenbachschen Distanzstrichen (optische Entfernungsmessung) eingesetzt, neuerdings meist ein elektronischer Tachymeter. Mit dem optischen Tachymeter ergeben sich pro Zielpunkt folgende Meßwerte: a) Horizontalrichtung b) Zenitwinkel c) Ablesung des oberen, mittleren und unteren Fadens an der Nivellierlatte. Zur einfacheren Differenzbildung o - u = I kann der Unterfaden auf eine gerade Lattenablesung eingestellt werden. Wenn ein koordinatenmäßig bekannter Anschlußpunkt vorhanden ist, kann der berechnete Richtungswinkel vom Standpunkt zum Anschlußpunkt am Instrument eingestellt werden, so daß die gemessene Horizontalrichtung den Richtungswinkel vom Standpunkt zum Geländepunkt angibt. Nach Beendigung der Messung auf einem Standpunkt wird der Anschlußpunkt zur Kontrolle nochmals angemessen.

Beispiel: Vom Punkt A soll ein Gelände tachymetrisch aufgenommen werden. Der Richtungswinkel zum Anschlußpunkt B beträgt 103,657 gon. A liegt + 55,67 m üNN. Die gemessenen Werte sind im Formular in den Spalten 1 (Instrumentenhöhe); 3, 4 und 5 (Lattenablesungen); 7 (Horizontalwinkel) und 8 (Zenitwinkel) aufgeschrieben.

Auswertung: Der Lattenabschnitt I ergibt sich aus der Differenz der Lattenablesungen an Ober- und Unterfaden (I = o - u, Spalte 6). Man erhält die horizontale Entfernung s (Spalte 11) und den Höhenunterschied Δh (Spalte 12). Mit dem um Ziel- und Instrumentenhöhe verbesserten Höhenunterschied können jetzt die Punkthöhen angegeben werden (Spalte 13 und 14). Für die Koordinatenberechnung (z.B. im VV 19) finden die Horizontalwinkel (Spalte 7) und die Entfernung s (Spalte 11) weitere Anwendung. Ziel der Tachymetermessung ist eine Karte, in der die Ergebnisse graphisch dargestellt sind. Die Höhenlinien in der Karte entstehen durch Interpolation zwischen den einzelnen Geländepunkten. Bei der Messung draußen muß in einer Freihandskizze (Kroki) eingetragen werden, zwischen welchen Punkten die Verbindungslinien auf dem Gelände aufliegen, weil nur zwischen solchen Punkten interpoliert werden darf.



#### Beispiel:

Konstruktion der Höhenlinien zwischen Pkt. 5 und Pkt. 7

 $s_{5.7} = 25,80$  m (aus Koordinaten oder graphisch aus Karte)

$$H_5 = 46,30 \text{ m}$$
  $H_7 = 51,57 \text{ m}$   $\Delta H_{5,7} = 5,27 \text{ m}$ 

Lösung nach dem Strahlensatz:

$$\frac{s_{5,7}}{\Delta H_{5,7}} = \frac{s_{H,5}}{\Delta H_{H,5}} \quad \Rightarrow \quad s_{48,5} \ = \frac{25,80 \cdot (48,00-46,30)}{5,27} = 8,30 \ m$$

analog: 
$$s_{50,5} = \frac{25,80 \cdot (50,00 - 46,30)}{5.27} = 18,10 \text{ m}$$

Auf der Strecke von Pkt. 5 nach Pkt. 7 liegt die Höhenlinie + 48 8,30 m, die Höhenlinie + 50 18,10 m von Pkt. 5 entfernt. Wie oben beschrieben, werden die Punkte für die gewünschten Höhenlinien zwischen den benachbarten Geländepunkten interpoliert. Zur Konstruktion der Höhenlinien werden die interpolierten Punkte gleicher Höhe verbunden. Die dabei entstehenden Polygone müssen noch ausgerundet werden.

#### **Tachymeteraufnahme**

#### Datum

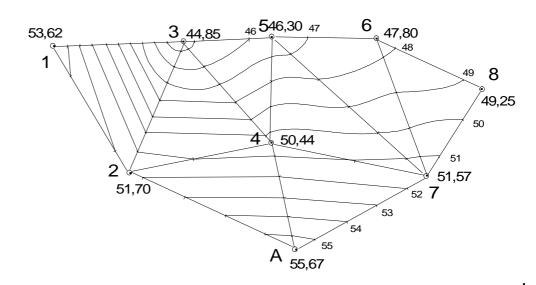
#### **Beobachter**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Stand-	Ziel-	m	0	u	o-u	Hz	Zenith			S	h	∆h=	Höhe	Bemerkungen
punkt	pkt				= I							h+(i-m)	NN	
Α	В					103,66								
	1	1,187	1,374	1,000	0,374	360,02	104,21			37,2	-2,46	-2,05	53,62	NN-Höhe
i=1,60	2	1,107	1,214	1,000	0,214	354,48	113,71			20,4	-4,46	-3,97	51,70	von A :
	3	1,179	1,358	1,000	0,358	383,11	121,63			31,8	-11,24	-10,82	44,85	55,67 m
	4	1,095	1,189	1,000	0,189	5,82	120,72			17,0	-5,73	-5,23	50,44	
	5	1,168	1,337	1,000	0,337	5,03	119,98			30,5	-9,90	-9,47	46,30	
	6	1,179	1,358	1,000	0,358	30,07	115,32			33,8	-8,92	-7,87	47,80	t = 103,66  gon
	7	1,120	1,241	1,000	0,241	66,93	112,41			23,2	-4,58	-4,10	51,57	
	8	1,197	1,395	1,000	0,395	54,97	111,22			38,3	-6,82	-6,42	49,25	

$$s = 100 \cdot l \cdot sin^2 z$$
  $h = 100 \cdot l \cdot sin z \cdot cos z$   $\Delta h = h + (i - m)$   $H_i = H_A + \Delta H$ 

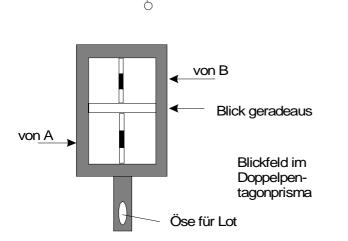
Graphische Darstellung der oben aufgeführten Meßwerte

Die Höhenlinien sind teils im Zustand des Polygons, teils im freihändig überarbeiteten Zustand mit Ausrundung dargestellt.



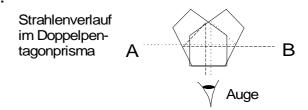
#### **ABSTECKUNGEN**

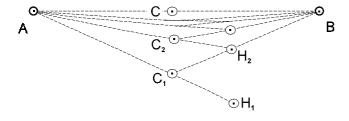
#### **EINFLUCHTEN EINES PUNKTES IN EINE VORGEGEBENE RICHTUNG**



Die Punkte A und B, auf denen Fluchtstäbe lotrecht aufgestellt wurden, sind gegenseitig sichtbar. Der Beobachter steht ca. 2-3 m hinter Punkt A (oder B) und läßt den Fluchtstab C solange verschieben, bis alle drei Stäbe in einer Flucht stehen. Analog läßt ein Fluchtstab C' sich in die Verlängerung der Richtung einweisen.

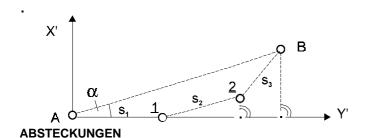
Das Einfluchten kann auch mit einem Doppelprisma erfolgen. Das Doppelprisma wird in C solange quer zur Fluchtrichtung hin- und herbewegt, bis im Prisma die Fluchtstäbe von A und B senkrecht übereinander gespiegelt werden.





Sind die Punkte A und B **nicht** gegenseitig sichtbar, muß C unter Verwendung eines Hilfspunktes H **schrittweise** eingefluchtet werden.  $C_1$  wird zuerst in die Flucht  $H_1$  - A,  $H_2$  dann in die Flucht  $C_1$  - B eingefluchtet. Dieses wechselseitige Einfluchten wird solange wiederholt, bis sich beide Punkte ( C und H ) in der Flucht A - B befinden. H kann dann entfernt werden.

#### Schrittweises einfluchten



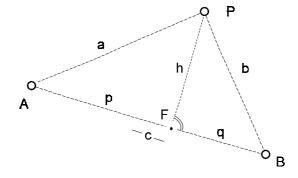
Wenn das schrittweise Einfluchten wegen örtlichen Gegebenheiten unmöglich ist, muß ein **offener** Polygonzug mit örtlichem Koordinatensystem y', x' gemessen werden. Darin können die Koordinaten des Endpunktes B berechnet werden und damit der Winkel  $\alpha$  zur Angabe der Richtung von A nach B.

$$\tan \alpha = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}$$
 mit z.B. A(0,0) und 1(0,s<sub>1</sub>)

Bauentwürfe und Planungen werden durch Absteckung in die Örtlichkeit übertragen. Durch Absteckungen können Punkte, Richtungen, Neigungen und Höhen angegeben werden. Für alle Absteckungen werden zweckmäßigerweise in der Nähe des festzulegenden Objektes mindestens zwei bekannte Vermessungspunkte bestimmt, die als Bezugspunkte für die Berechnung der Absteckmaße und als Ausgangspunkte für die späteren Absteckungen herangezogen werden können. Informationen über bekannte Vermessungspunkte (Einmessungsskizzen u.a.) gibt es beim Kataster- oder Vermessungsamt der Stadt oder des Kreises.

#### **ABSTECKUNG VON PUNKTEN (ORTHOGONAL)**

Durch Streckenmessungen und Verwendung eines Rechtwinkelprismas können Punkte, deren Koordinaten bekannt sind, im Anschluß an zwei gegebene Festpunkte abgesteckt = in die Örtlichkeit übertragen werden.

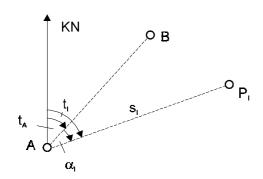


$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & \text{$Y_A$, $X_A$, $Y_B$, $X_B$, $Y_i$, $X_i$} \\ \text{gesucht:} & p_i$, $h_i$, $q_i$ \\ \\ \text{berechnet:} & c_i = \sqrt{\left(Y_B - Y_A\right)^2 + \left(X_B - X_A\right)^2} \\ & a_i = \sqrt{\left(Y_i - Y_A\right)^2 + \left(X_i - X_A\right)^2} \\ & b_i = \sqrt{\left(Y_i - Y_B\right)^2 + \left(X_i - X_B\right)^2} \\ & p_i = \frac{c_i^2 + a_i^2 - b_i^2}{2c_i} \\ & q_i = c_i - p_i \\ & h_i = \sqrt{b_i^2 - q_i^2} \end{array}$$

Der Punkt F<sub>i</sub> kann zwischen A und B eingefluchtet werden, p<sub>i</sub> wird mit dem Meßband abgetragen. Mit dem Rechtwinkelprisma kann in F<sub>i</sub> der rechte Winkel errichtet werden, der die Richtung zu P<sub>i</sub> angibt; h<sub>i</sub> wird wieder mit dem Meßband abgetragen.

#### **ABSTECKUNG VON PUNKTEN (POLAR)**

Durch Winkel- und Streckenmessungen können Punkte, deren Koordinaten bekannt sind, im Anschluß an zwei markierte Anschluß-punkte abgesteckt (in die Örtlichkeit übertragen) werden.

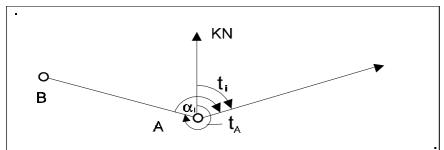


$$\begin{array}{ll} \text{gegeben:} & Y_{A} \text{ , } X_{A} \text{ , } Y_{B} \text{ , } X_{B} \text{ , } Y_{i} \text{ , } X_{i} \\ \text{gesucht:} & s_{i} \text{ , } \alpha_{i} \\ \text{berechnet:} & t_{A} = \arctan \frac{Y_{B} - Y_{A}}{X_{B} - X_{A}} \\ & t_{i} = \arctan \frac{Y_{i} - Y_{A}}{X_{i} - X_{A}} \\ & \alpha_{i} = t_{i} - t_{A} \\ & s_{i} = \sqrt{\left(Y_{i} - Y_{A}\right)^{2} + \left(X_{i} - X_{A}\right)^{2}} \end{array}$$

Mit dem Theodoliten in A kann im Anschluß an den markierten Punkt B der Winkel  $\alpha_i$  abgetragen werden und in der so gefundenen Richtung wird die Strecke  $s_i$  abgemessen.

#### ABSTECKUNG EINES RICHTUNGSWINKELS IN A

Im Punkt A soll der Richtungswinkel ti angegeben werden (z.B. als Achse eines Bauwerks usw.).



 $Y_A$ ,  $X_A$ ,  $Y_B$ ,  $X_B$ ,  $t_i$ gegeben:

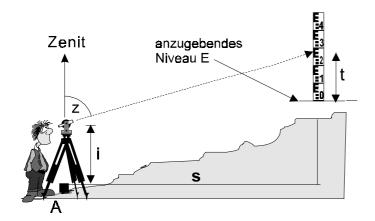
gesucht:

 $t_A = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$   $\alpha_i = t_i - t_A$ berechnet:

Diese Richtungsangabe wird oft mit einem Laserstrahl realisiert.

Mit dem Theodoliten in A kann im Anschluß an den markierten Punkt B der Winkel a abgetragen werden, so daß die Zielung des Theodoliten die Achsrichtung des Bauwerkes

## HÖHENANGABEN DURCH TRIGONOMETRISCHES NIVELLEMENT

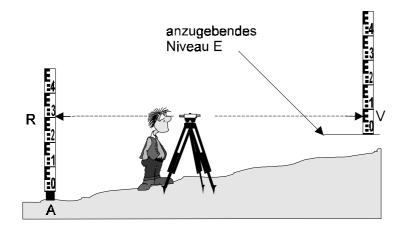


Entfernung zwischen dem bekannten Höhenpunkt HA und dem gesuchten Niveau HE wird je nach geforderter Genauigkeit mechanisch, optisch oder elektronisch bestimmt. Außerdem muß noch der Zenitwinkel z gemessen werden. Die Zielhöhe t, bzw. der Abstand des anzugebenden Niveaus von der Zielachse wird wie folgt berechnet:

$$t = H_A - H_E + i + s \cdot \cot z + \frac{1-k}{2 \cdot r} \cdot s^2$$

Die abgesteckte Höhe ist durch wiederholte Messung zu kontrollieren.

#### HÖHENANGABEN DURCH GEOMETRISCHES NIVELLEMENT

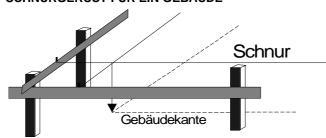


In der Nähe des gesuchten Höhenpunktes wird eine Höhenmarke festgelegt, von der mit einer Instrumentenaufstellung der neue Punkt angegeben werden kann. Die gesuchte Vorwärtsablesung ist:

$$V = H_A - H_E + R$$

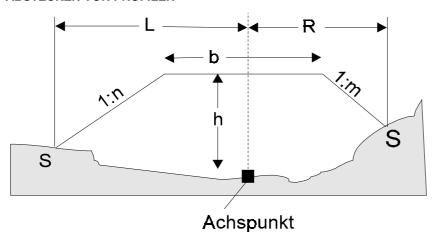
Die abgesteckte Höhe ist durch Nivellement zu kontrollieren.

#### SCHNURGERÜST FÜR EIN GEBÄUDE

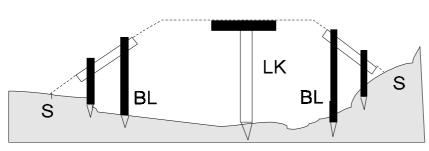


Die Eckpunkte des Gebäudes werden nach Planungsangaben vermarkt. Da durch den Aushub diese Punkte verlorengehen, werden sie durch ein Schnurgerüst gesichert. Ein Schnurgerüst sollte ca. 1,00 m vom Bauwerk entfernt sein. Für ein Schnurgerüst verbindet man Pflöcke, die die Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks darstellen, mit Brettern. Die Schnüre sollten sich nicht gegenseitig reiben und möglichst senkrecht auf die Gerüstbretter zulaufen. Die Fluchtpunkte werden auf den Brettern mit Nägeln vermarkt.

#### **ABSTECKEN VON PROFILEN**



Von der vorher festgelegten Längsachse eines Bauwerkes (Straße, Kanal, Eisenbahndamm etc.), gegeben durch Achspunkte, werden die Profilbreiten L und R abgesteckt. Die Maße für L und R, die die Schnittpunkte S des Profiles mit dem Gelände festlegen, können aus maßstäblich gezeichneten Planungsunterlagen abgegriffen oder auch berechnet werden (s. Klausuraufgaben S.3).

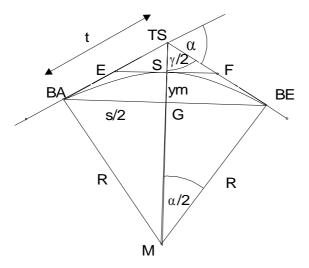


Die Höhe der Profilkrone wird durch Lattenkreuze LK, die Böschung durch eine Böschungslehre BL angegeben. Es ist darauf zu achten, daß die Verlängerung der Oberkanten der Böschungslehre die Schnittpunkte S treffen. Die Kronenbreite b ist dann festgelegt.

#### ABSTECKUNG VON KREISBÖGEN

Der Kreisbogen ist ein Trassierungselement der fortlaufend stationierten Straßentrasse. Es ist zweckmäßig, wenn die abzusteckenden Bogenpunkte identisch mit den Stationspunkten sind. Die Absteckung der Bogenpunkte erfolgt je nach örtlicher Gegebenheit orthogonal von der Tangente bzw. Sehne oder polar von den Kreisbogenendpunkten.

#### **KREISBOGENHAUPTPUNKTE**



Bezeichnungsschema für Kreisbogengrößen

R = Radius

 $egin{array}{lll} \alpha & = & \mbox{Mittelpunktswinkel} \ X, \ Y & = & \mbox{Absteckmaße} \ \gamma & = & \mbox{Tangentenwinkel} \end{array}$ 

#### TRIGONOMETRISCHE BEZIEHUNG AM KREISBOGEN

1. Mittelpunktswinkel 
$$\alpha = \frac{B \cdot \rho}{R}$$
;  $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{s}{2R}$ ;  $\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{s}{2t}$ ;  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{t}{R}$ ;  $\rho = \frac{200}{\pi} = 63,6620$  gon

2. Radius R = 
$$\frac{t}{\tan{(\alpha/2)}} = \frac{B \cdot \rho}{\alpha} = \frac{s}{2 \cdot \sin{(\alpha/2)}}$$

3. Bogenlänge B = 
$$\frac{R \cdot \alpha}{\rho}$$

4. Tangente  $t = R \cdot \tan(\alpha/2)$ 

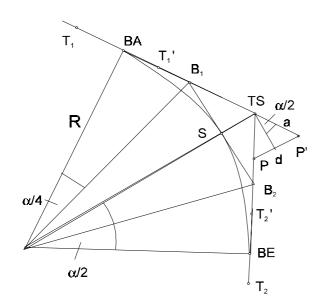
5. Sehne s = 
$$2 \cdot R \cdot \sin(\alpha/2)$$

6. Scheitelordinate 
$$\overline{G/S} = y_m = R \cdot \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

7. Scheitelabstand 
$$\overline{TS/S} = \frac{R}{\cos(\alpha/2)} - R$$

8. Scheiteltangente  $\overline{E/F} = 2 \cdot R \cdot \tan(\alpha/4)$ 

#### VERBINDUNG ZWEIER VORGEGEBENER TANGENTEN DURCH EINEN KREISBOGEN



Die Verlängerung der beiden Tangentenstücke  $T_1/T_1'$  und  $T_2/T_2'$  schneiden sich im Tangentenschnittpunkt TS. Die Bestimmung des Mittelpunktwinkels  $\alpha$  erfolgt durch Winkelmessung mit Theodolit oder im Hilfsdreieck TS / P / P' ohne Winkelmessung, wenn kein Theodolit zur Verfügung steht.

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{d}{2a}$$

Mit der Tangentenlänge t werden Bogenanfang BA und Bogenende BE von TS aus abgesteckt ( bei vorgegebenem Ra-

dius) 
$$t = R \cdot \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Für die Festlegung des Scheitelpunktes S wird berechnet

$$\overline{BA/B_1} = \overline{BE/B_2} = \frac{B_1/B_2}{2} = R \cdot \tan \frac{\alpha}{4}$$

Auf den Tangenten von BA bzw. von BE aus wird die bezeichnete Länge festgelegt; man erhält die Punkte  $B_1$  und  $B_2$ . Die Verbindungslinie  $B_1$  /  $B_2$  ( = Scheiteltangente) wird halbiert; der Scheitelpunkt S ist festgelegt. Danach können weitere Kreisbogenpunkte von Sehne oder Tangente abgesteckt werden.

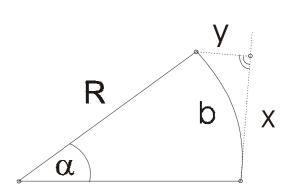
## KREISBOGENABSTECKUNG VON DER TANGENTE AUS

a) Radius R und Bogen  $b_i$  bzw. Winkel  $\alpha_i$  vorgegeben

b) X<sub>t</sub> und Radius R vorgegeben

$$Y_t = R - \sqrt{R^2 - X_t^2} \text{ (exakt)}$$

$$\Rightarrow \ \, Y_t \, = \, R \, - \, \left( \, \, R^2 \, - \, \, X_t^2 \, \right)^{\, \frac{1}{2}} \, \, \approx \, \, R \, - \, \, R \, \, \, \left( 1 - \frac{\, \, X_t^{\, \, 2} \,}{2 \cdot R^2} \right) \, \approx \, \, \frac{\, \, X_t^{\, \, 2} \,}{2 \cdot R} \ \, \text{(N\"{a}herung)}$$



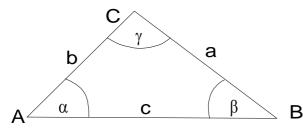
#### KREISBOGENABSTECKUNG VON DER SEHNE AUS

$$\begin{array}{lll} \alpha_i &=& \frac{b_i \cdot \rho}{R} \; ; & \frac{\alpha}{2} \; = \; \frac{B \cdot \rho}{2 \cdot R} \; ; & \frac{s}{2} \; = \; R \; \cdot \; \sin \; \frac{\alpha}{2} \\ & \sin \left( \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right) \; = \; \frac{\frac{s}{2} - X_s}{R} \quad \Rightarrow \quad X_s \; = \; \frac{s}{2} - R \cdot \sin \left( \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right) \\ & \cos \left( \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right) \; = \; \frac{\left( R - Y_m \right) + Y_s}{R} \; ; \quad R \; - \; Y_m \; = \; R \; \cdot \; \cos \; \frac{\alpha}{2} \\ & \Rightarrow R \; \cdot \; \cos \left( \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right) \; = \; R \; \cdot \; \cos \; \frac{\alpha}{2} \; + \; Y_s \\ & \Rightarrow \quad Y_s \; = \; R \cdot \left( \cos \left( \frac{\alpha}{2} - \alpha_i \right) - \cos \frac{\alpha}{2} \right) \end{array}$$

#### **FLÄCHENBERECHNUNGEN**

a) Flächenberechnungen aus Maßzahlen

Dreieck



gemessen: alle Seiten (SSS) 
$$s = \frac{a+b+c}{2}$$
  
(Heron)  $F = \sqrt{s(s-a)\cdot(s-b)\cdot(s-c)}$ 

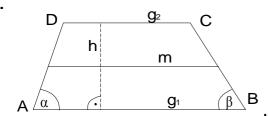
gemessen: zwei Seiten, eingeschlossener Winkel (SWS)

$$F = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

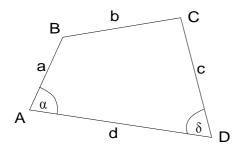
gemessen: zwei Winkel, eingeschlossene Seite (WSW)

$$F = \frac{c^2}{2 \cdot (\cot \alpha + \cot \beta)}$$

Trapez



gemessen: parallele Seiten, Höhe; 
$$F = \frac{g_1 + g_2}{2} \cdot h = m \cdot h$$
 gemessen: parallele Seiten, zwei Winkel; 
$$F = \frac{g_1^2 - g_2^2}{2 \cdot (\cot \alpha + \cot \beta)}$$



Unregelmäßiges Viereck

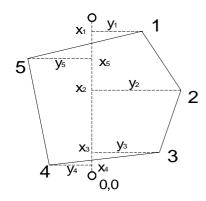
$$2F = a \cdot d \cdot \sin \alpha + c \cdot d \cdot \sin \delta - a \cdot c \cdot \sin (\alpha + \delta)$$

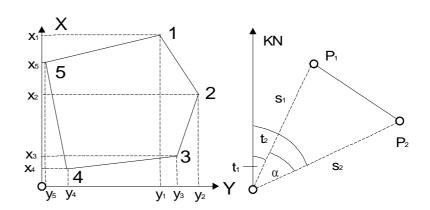
b) Flächenberechnung aus rechtwinkligen Koordinaten

Sind die rechtwinkligen Koordinaten der Eckpunkte eines Grundstückes bekannt, kann ihr doppelter Flächeninhalt zweifach durch Summierung der Flächenelemente berechnet werden. Flächenberechnung aus Polaraufnahme

$$F_{i} = \frac{s_{1} \cdot s_{2} \cdot \sin \alpha}{2}$$

$$\Sigma F_{i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i} \cdot s_{i+1} \cdot \sin (t_{i+1} - t_{i})}{2}$$





Flächenbestimmung mit Messungslinie (Meßband, Rechtwinkelprisma)

Flächenbestimmung aus G.K.-Koordinaten

$$2F = (x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + oder 2$$

$$(x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_5)(y_4 + y_5) + (x_5 - x_1)(y_5 + y_1)$$

$$2F = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) +$$
 Um die Fläche  
 $(x_2 + x_3)(y_3 - y_2) +$  die Punkte des  
 $(x_3 + x_4)(y_4 - y_3) +$  folge eingegeb  
 $(x_4 + x_5)(y_5 - y_4) +$  sowohl für örtli  
 $(x_5 + x_1)(y_1 - y_5)$  systeme

Um die Flächen positiv zu erhalten, müssen die die Punkte des Vielecks in rechtsläufiger Reihenfolge eingegeben werden. Die Formeln gelten sowohl für örtliche als auch für G.K.-Koordinatensysteme

In allgemeiner Form ausgedrückt, ergeben sich die Gauß'schen Trapezformeln:

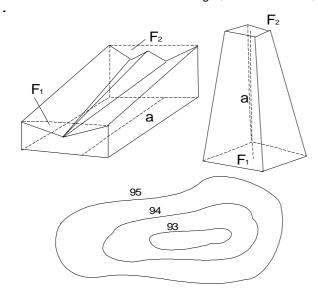
$$2F = \sum_{i=1}^{n} (x_i - x_{i+1}) \cdot (y_i + y_{i+1}) \quad \text{oder} \quad 2F = \sum_{i=1}^{n} (x_i + x_{i+1}) \cdot (y_{i+1} - y_i)$$

Nach Ausmultiplizieren der Klammerausdrücke werden aus den Trapezformeln die Gauß'schen Dreiecksformeln:

$$2F = \sum_{i=1}^{n} x_{i} \cdot (y_{i+1} - y_{i-1}) \qquad oder \quad 2F = \sum_{i=1}^{n} y_{i} \cdot (x_{i-1} - x_{i+1})$$

#### **MASSENBERECHNUNGEN**

A) Standard - Volumenformeln  $V = \frac{a}{3} \cdot \left( F_1 + F_2 + \sqrt{F_1 \cdot F_2} \right)$ 



= Volumen eines Pyramidenstumpfs

Anwendung: Bestimmung von Massen zwischen zwei parallelen Schnittflächen (a: Abstand der Schnittflächen,  $F_1$ ,  $F_2$ : Fläche der Stirnseiten). Der Abstand a steht senkrecht auf den Schnittflächen und kann sowohl horizontal als auch vertikal angeordnet sein.

Näherungsformel:

$$\forall \approx \frac{a}{2} \cdot (F_1 + F_2)$$

Anwendung: Bestimmung von Massen zwischen zwei nebeneinanderliegenden Höhenlinien. (Ermittlung der Flächeninhalte  $F_1$  und  $F_2$  mit Planimeter). A steht vertikal und beträgt 1 m.

B) Simpson'sche Volumenformel  $V = \frac{a}{6} \cdot \left(F_1 + F_2 + 4M\right)$ 

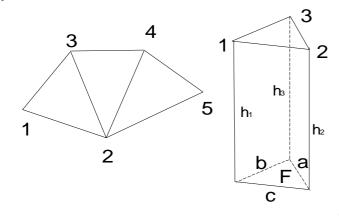
 $\mathsf{F}_1$  ,  $\mathsf{F}_2$  : parallele Grund- und Deckebenen

M: Mittelebene

Die Formel liefert genaue Ergebnisse, wenn die Flächen der Schnittebenen parallel zur Grundebene eine ganzrationale Funktion höchstens 3. Grades ihres Abstandes x von der Grundebene sind.  $F_1$  und  $F_2$  dürfen punktförmig klein sein.

#### C) Prismenverfahren

Grundlage sind einzelne Höhenpunkte, von denen drei benachbarte jeweils zu einem Prisma zusammengefaßt werden. Die Punkte können tachymetrisch bestimmt werden. Als Höhe bezeichnet man hier die senkrechte Entfernung eines Punktes von einer Referenz-ebene.



Für die Auswertung werden zuerst aus Koordinaten oder graphisch die Entfernungen zwischen den einzelnen Punkten bestimmt. Die Flächen der einzelnen Dreiecke werden nach der Heron'schen Formel berechnet. Multipliziert man die Flächen mit der mittleren Höhe h, ergeben sich die Volumina der Prismenkörper über der Referenzebene:

$$V_p = F \cdot h$$
 
$$h = (h_1 + h_2 + h_3) \cdot \frac{1}{3}$$
 
$$F = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$$
 
$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

#### FEHLERRECHNUNG UND STATISTIK MIT BEISPIELEN

#### I Fehler und Genauigkeit

Jede Messung ist aufgrund von Unzulänglichkeiten des Meßgerätes, des Messenden und der Meßbedingungen mit Abweichungen und Fehlern behaftet, über deren Art und Größe man Aufschluß erhalten kann durch Eichung der Meßwerkzeuge oder durch Wiederholungsmessungen. Letztere bieten

- a) Schutz der Messung gegen grobe Fehler (z.B. 10 m Fehler in der Längenmessung)
- b) Steigerung der Genauigkeit durch Mittelbildung (Ausgleichung) und
- c) Möglichkeiten der zahlenmäßigen Erfassung der Meßgenauigkeit

Der Rückschluß von den durch Meßungenauigkeiten verursachten Differenzen zwischen den Messungen auf die Genauigkeit ist deshalb möglich, weil die Differenzen in den Fehlerformeln wieder auftauchen. Die Meßungenauigkeiten lassen sich im wesentlichen in **regelmäßige oder systematische** und **unregelmäßige oder zufällige** Abweichungen unterteilen (**grobe** Fehler müssen **vor** der Fehlerrechnung eliminiert werden).

Die systematischen Abweichungen sind vorzeichenkonstant und reproduzierbar. Sie werden meist durch Eichung bestimmt und als Korrektur bei den Meßwerten berücksichtigt, weil auch sie in der Fehlerrechung nicht erscheinen sollten. Diese beruht nur auf den zufälligen Abweichungen, deren Vorzeichen wechselt und die sich bei wachsender Anzahl von Beobachtungen daher zu Null addieren. Das Verhältnis zwischen Abweichung und Genauigkeit wird wiedergegeben durch das klassische Maß für die Genauigkeit: Die Standardabweichung  $\sigma$ .

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{\epsilon^2}}{n}}$$

= wahre Abweichung

= Anzahl der Beobachtungen

#### II Spezialausdrücke aus Geodäsie und Mathematik

Die Fachrichtungen, die sich mit Fehlerrechnung beschäftigen, sind die "Ausgleichungsrechnung" in der Geodäsie sowie die "Beurteilende Statistik" in der Mathematik. Leider sind die Bezeichnungen in den beiden Sparten nicht vereinheitlicht, so daß eine Gegenüberstellung der Fachausdrücke sinnvoll erscheint.

	Geodäsie	Statistik	
L	Beobachtung, Meßwert	Stichprobenwert	Zur Ableitung der verwendeten Formeln wird auf die
n	Anzahl der Beobachtungen	Umfang der Stichprobe	Lehrbücher der Statistik und Ausgleichungsrechnung
	Wiederholungsmessungen	Stichprobe	sowie die Vorlesung verwiesen. Zur Bearbeitung der
Χ	Mittelwert der Beobachtungen	Schätzwert der Stichprobe	Rechenübungen genügt die Anwendung.
σ	mittlerer Fehler	Standardabweichung	
$\sigma^2$	Quadrat des mittleren Fehlers	Varianz	

#### III Rechenbeispiele

#### 1. Berechnung der Standardabweichung aus wahren Abweichungen ε

Von wahren Abweichungen wird gesprochen, wenn der Sollwert eines Stichprobenwertes aus theoretischen Überlegungen oder aus einer Messung mit übergeordneter Genauigkeit bekannt ist (z.B. sind Abweichungen, die beim Abschreiten einer mit dem Meßband gemessenen Strecke gegen die Meßbandmessung entstehen, wahre Abweichungen). Die Berechnung der Standardabweichung aus wahren Abweichungen findet Anwendung bei der Kalibrierung von Meßgeräten, d.h. bei der Bestimmung ihrer Meßgenauigkeit. Die Standardabweichung beträgt in diesem Fall:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{\epsilon^2}}{n}}$$
;  $\epsilon = \text{Sollwert} - \text{Meßwert} = \text{wahre Abweichung}$ 

$L_1 = 48 \text{ m}$	$\epsilon_1 = 2 \text{ m}$	$\varepsilon_1^2 = 4 \text{ m}^2$
L <sub>2</sub> = 51,5 m	$\varepsilon_2 = -1,5 \text{ m}$	${\epsilon_2}^2 = 2,25 \text{ m}^2$
L <sub>3</sub> = 50 m	$\varepsilon_3 = 0 \text{ m}$	$\epsilon_3^2 = 0  \text{m}^2$
$L_4 = 49 \text{ m}$	$\epsilon_4 = 1 \text{ m}$	$\varepsilon_4^2 = 1  \text{m}^2$
$L_5 = 52 \text{ m}$	$\varepsilon_5 = -2$ m	$\epsilon_5^2 = 4 \text{ m}^2$
		$\Sigma \varepsilon^2 = 11,25 \text{ m}^2$

$$\sigma = \sqrt{\frac{11,25}{5}} \text{ m}^2$$
  
= ± 1,5 m

 $\sigma = \sqrt{\frac{11,25}{5}} \text{ m}^2$   $= \pm 1,5 \text{ m}$ Beispiel: Berechnen Sie die Standardabweichung eines durch Abschreiten ermittelten Wertes für eine durch Meßbandmessung genau vorgegebene 50 m - Strecke! ten Wertes für eine durch Meßbandmessung genau vorgegebene 50 m - Strecke!

#### 2. Berechnung der Standardabweichung aus wahrscheinlichen Abweichungen v

Ist der Sollwert einer zu messenden Größe nicht bekannt (Normalfall), dann wird der Schätzwert x der Stichprobe als arithmetisches

Mittel von n Meßwerten  $L_i$  errechnet:  $x = \frac{\sum L_i}{n}$ ;  $L_i = Meßwerte$ 

Die Standardabweichung eines Meßwertes  $\sigma_L$  und die des Mittels  $\sigma_{\bar{l}}$  werden dann aus wahrscheinlichen Abweichungen v berechnet, die die Abweichung der Meßwerte Li vom Schätzwert x angeben.

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} \qquad \qquad v_i = x - L_i = \frac{\sum L_i}{n} - L_i$$
 
$$\sigma_{\overline{L}} = \frac{\sigma_L}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}} \qquad \qquad \sigma_L = \text{Standardabweichung eines Stichprobenwertes}$$
 
$$\sigma_{\overline{L}} = \text{Standardabweichung des Schätzwertes}$$

		$v = x - L_i$	$v^2$
$L_1$	84,2210 gon	0,0004 gon	16 · 10 <sup>-8</sup> gon
$L_2$	84,2214 "	0 "	0 "
$L_3$	84,2220 "	-0,0006 "	36 · 10 <sup>-8</sup> "
$L_4$	84,2213 "	0,0001 "	1 · 10 <sup>-8</sup> "
$L_5$	84,2213 "	0,0001 "	1 · 10 <sup>-8</sup> "
	x = 84,2214 "	$\Sigma v_i = 0!$	$\Sigma = 54 \cdot 10^{-8}$

$$\sigma_{L} = \sqrt{\frac{54}{4}} = \pm 0.4 \text{ mgon}$$

Beispiel: Bei der Messung eines Winkels ergaben sich nebenstehende Werte:

$$\sigma_{\overline{L}} = \frac{0.4}{\sqrt{5}} = \pm 0.2 \text{ mgon}$$

#### 3. Berechnung einer Standardabweichung aus Differenzen d von Doppelbeobachtungen

Sind mehrere Größen jeweils doppelt gemessen worden, so können aus den Differenzen d die Standardabweichung eines Meßwertes  $\sigma_L$  und die Standardabweichung des Mittels zweier Meßwerte  $\sigma_L$  errechnet werden.

$$L_{\frac{1}{1}} = \frac{L_{1}' + L_{1}''}{2}$$
,  $L_{\frac{1}{2}} = \frac{L_{2}' + L_{2}''}{2}$ ... Mittelwert

$\alpha_{i}$	$\alpha_i$ "	D	$d^2$
84,1012 gon	84,1020 gon	-8 ⋅ 10 <sup>-4</sup> gon	64 · 10 <sup>-8</sup> gon
38,1317 "	38,1330 "	-13 · 10 <sup>-4</sup> "	169 "
114,8800 "	114,8806 "	-6 · 10 <sup>-4</sup> "	36 "
220,0105 "	220,0090 "	+15 · 10 <sup>-4</sup> "	225 "
370,5170 "	370,5160 "	+10 · 10 <sup>-4</sup> "	100 "

$$\sigma_{L} = \sqrt{\frac{594}{2 \cdot 5}} = \pm 0.8 \text{ mgon} \quad 1.$$

 $\sigma_{L} = \sqrt{\frac{594}{2 \cdot 5}} = \pm 0.8 \text{ mgon} \qquad \text{1. Beispiel :} \\ \text{5 verschiedene Winkel wurden jeweils zweimal gemessen !} \\ \sigma_{\overline{L}} = \frac{0.8}{\sqrt{2}} = \pm 0.5 \text{ mgon}$ 

$$\sigma_{\bar{L}} = \frac{0.8}{\sqrt{2}} = \pm 0.5 \text{ mgon}$$

Entstammen die Differenzen ungleich gewichtigen Messungen, so müssen sie erst durch Berücksichtigung der Gewichte "homogenisiert" werden.

S	d	√s	$\frac{d}{\sqrt{s}}$	$\frac{d^2}{s}$
1,4 km	+ 3 mm	1,18	+ 2,54	6,45
0,8 "	- 2 "	0,89	- 2,25	5,06
0,5 "	+1 "	0,71	+ 1,41	1,99
1,2 "	- 3 "	1,10	- 2,73	7,45

2. Beispiel:
Beim Nivellement wurden 4 Strecken unterschiedlicher Länge jeweils hin- und zurücknivelliert. Die Differenzen werden durch Division durch √s auf die Länge

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{d}{\sqrt{s}}\right)^2}{2n}} = \sqrt{\frac{\sum \frac{dd}{s}}{2n}} = \sqrt{\frac{20,95}{8}} = \sqrt{2,62} = \pm 1,6 \text{ mm / km für ein Einfachnivellement}$$

$$\Rightarrow = \pm 1,6/\sqrt{2} = \pm 1,1 \text{ mm / km für das Doppelnivellement}$$

#### 4. Berechnung der Standardabweichung einer Funktion von Meßwerten nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz

Soll aus mehreren Meßwerten  $L_i$  mit bekannter Standardabweichung  $\sigma_{L_i}$  eine neue Größe F berechnet werden, so ergibt sich deren Standardabweichung nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz.

$$\sigma_{F} = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial L_{1}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{1}}^{2} + \left(\frac{\partial F}{\partial L_{2}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{2}}^{2} + ... + \left(\frac{\partial F}{\partial L_{n}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{n}}^{2}} \qquad \text{mit } \frac{\partial F}{\partial L_{i}} = \text{partielle Ableitung der Funktion nach einer Beobachtung}$$

Kochrezept: 1. F als Funktion der Meßwerte angeben  $F = F (L_1, L_2 ... L_n)$ 

2. Das totale Differential der Funktion F bilden 
$$dF = \frac{\partial F}{\partial L_1} \cdot dL_1 + \frac{\partial F}{\partial L_2} \cdot dL_2 + ... + \frac{\partial F}{\partial L_n} \cdot dL_n$$

ntiale durch Varianzen ersetzen und die Produkte von partiellen Ableitungen und Varianzen aufsummieren

$$\sigma_{F}^{2} = \left(\frac{\partial F}{\partial L_{1}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{1}}^{2} + \left(\frac{\partial F}{\partial L_{2}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{2}}^{2} + ... + \left(\frac{\partial F}{\partial L_{n}}\right)^{2} \cdot \sigma_{L_{n}}^{2}$$

Beispiele:

a) F ergibt sich als Summe oder Differenz von Beobachtungen Li, deren Standardabweichungen bekannt sind.

$$\begin{array}{rclcrcl} F & = & L_1 \ + \ L_2 \ - \ L_3 \ + \ L_4 \ - \ L_5 \\ dF & = & dL_1 \ + \ dL_2 \ - \ dL_3 \ + \ dL_4 \ - \ dL_5 \\ \sigma_F & = & \sqrt{\sigma_{L_1}^2 + \sigma_{L_2}^2 + \sigma_{L_3}^2 + \sigma_{L_4}^2 + \sigma_{L_5}^2} \end{array}$$
 Bei  $\sigma_{L_1}$  = const  $\Rightarrow \sigma_F = \sigma_{L_1} \cdot \sqrt{5}$ 

aa) Berechnung der Standardabweichung einer ca. 100 m langen Strecke, die mit einem 20 m - Meßband gemessen wurde, wenn eine Bandlage eine Standardabweichung von  $\pm$  1 cm aufweist

ab) Berechnung der Standardabweichung eines Höhenunterschiedes zwischen 2 Punkten, die 400 m auseinanderliegen (Bei 25 m Zielweite ergeben sich 8 Aufstellungen mit Vor- und Rückblick; Vorgabe: Zielung ist auf ±1 mm unsicher)

$$\begin{array}{lll} \Delta H & = & \Delta h_1 \, + \, \Delta h_2 \, + \, \ldots \, + \, \Delta h_8 \\ \Delta H & = & R_1 \, - \, V_1 \, + \, R_2 \, - \, V_2 \, + \, \ldots \, + \, R_8 \, - \, V_8 \\ d\Delta H & = & dR_1 \, - \, dV_1 \, + \, dR_2 \, - \, dV_2 \, + \, \ldots \, + \, dR_8 \, - \, dV_8 \\ \sigma_{\Delta H}^2 & = & \sigma_{R1}^2 \, + \, \sigma_{V1}^2 \, + \, \sigma_{R2}^2 \, + \, \sigma_{V2}^2 \, + \, \ldots \, + \, \sigma_{R8}^2 \, + \, \sigma_{V8}^2 \\ & = & 1 \, mm^2 \, + \, 1 \, mm^2 \, + \, 1 \, mm^2 \, + \, \ldots \, + \, 1 \, mm^2 \, + \, 1 \, mm^2 \, = \, 16 \, mm^2 \\ \sigma_{\Delta H} & = & \pm \, 4 \, mm \end{array}$$

b) Die Funktion ist ein Produkt von Beobachtungen

Beispiel: Berechnung der Standardabweichung des Volumens eines Gebäudequaders, dessen Kantenlängen mit einer Standardabweichung von  $\pm \sigma_K$  bestimmt wurden.

- c) Die Funktion setzt sich aus Meßwerten unterschiedlicher Dimension zusammen (Winkel und Strecken). Die Winkel müssen dann meist dimensionslos gemacht werden, indem sie durch ρ dividiert werden.
- ca) Koordinatenunterschied

$$\begin{array}{lll} \Delta Y &=& s \, \cdot \, sin \, t \\ & d\Delta Y &=& sin \, t \, \cdot \, ds \, + \, s \, \cdot \, cos \, t \, \cdot \, \frac{dt}{\rho} \\ & & & \\ \sigma_{\Delta Y} &=& \sqrt{sin^2 \, t \cdot \sigma_{\!s}^{\, \, 2} + s^2 \cdot cos^2 \, t \cdot \frac{\sigma_{\!t}^{\, \, 2}}{\rho^2}} \end{array}$$

cb) Trigonometrische Höhenübertragung

$$\begin{array}{lll} \Delta h &=& s \cdot \text{cot} \ z \\ d\Delta h &=& \text{cot} \ z \cdot ds \ + \frac{-s}{\sin^2 z} \cdot \frac{dz}{\rho} \\ &\sigma_{\Delta h} &=& \sqrt{\text{cot}^2 \ z \cdot \sigma_s^2 + \frac{s^2 \cdot \sigma_z^2}{\sin^4 z \cdot \rho^2}} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{gegeben:} \ \sigma_s \ , \ \sigma_z \\ &\sigma_s = \ \pm 0,000 \ \text{m} \ ; \ z = 80,1223 \ \text{gon} \ ; \Rightarrow \ \Delta h = 32,280 \ \text{m} \\ &\sigma_s = \ \pm 0,005 \ \text{m} \ ; \ \sigma_z = \pm 2 \ \text{mgon} \end{array}$$

Zahlenbeispiel:

Zahlenbeispiel:

cc) Bogenberechnung

$$\begin{array}{lll} b & = & \frac{R \cdot \alpha}{\rho} & & \alpha & = & \frac{b \cdot \rho}{R} \\ db & = & \frac{\alpha}{\rho} \cdot dR + \frac{R}{\rho} \cdot d\alpha = \frac{b}{R} \cdot dR + \frac{b}{\alpha} d\alpha & & d\alpha & = & \frac{\rho}{R} \cdot db + \frac{b \cdot \rho}{R^2} \cdot dR \end{array}$$

cd) Optische Streckenmessung mit Basislatte

$$\begin{array}{ll} b=2,0000 \text{ m }; \ \gamma=1,3622 \text{ gon } \Longrightarrow s=93,466 \text{ m} \\ s=\frac{b}{2} \cdot \cot \frac{\gamma}{2} \\ \text{ds} &=\frac{1}{2} \cdot \cot \frac{\gamma}{2} \cdot \text{db} + \frac{b}{2} \cdot \frac{1}{\sin^2 \frac{\gamma}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{d}\gamma}{\rho} \approx \frac{s}{b} \cdot \text{db} + \frac{s^2}{b} \cdot \frac{\text{d}\gamma}{\rho} \\ &\Longrightarrow \sigma_s=\pm 0,021 \text{ m} \\ \end{array}$$

#### FRAGEN UND ANTWORTEN

#### Koordinatensysteme

Ein Vermessungspunkt in NRW besitzt folgende Koordinaten:

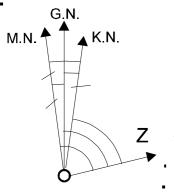
<sup>25</sup>86723.73 <sup>57</sup>01269.32

a) In welchem System ist dieser Punkt koordiniert? b) Welches ist der X-Wert und welches der Y-Wert?

Welche Dimension haben die Koordinaten? d) Worin besteht die Bedeutung der hochgestellten Zahlen?

e) Beschreiben Sie die Lage des Punktes !

Tragen Sie in folgende Skizze die angegebenen Winkel ein:



Koordinatensystemen bzw.

Koordinatensystem fest?

Zielpunkt = Magnetisch Nord M.N. G.N. Geographisch Nord K.N. Kartennord

Richtungswinkel t a)

Meridiankonvergenz y b)

Azimut A C)

Magnetisches Azimut W ď,

**Deklination** δ e)

Nadelabweichung N

Wodurch unterscheiden sich örtliche von überörtlichen welche Parameter legen ein

Welche überörtlichen Koordinatensysteme kennen Sie?

Geben Sie die Bezeichnung der Koordinaten und deren Dimension an!

Wie bestimme ich die Gauß-Krüger-Koordinaten Punktes?

a) Gauß-Krüger-System b) Hochwert  $X = {}^{57}01269,32$ ; Rechtswert  $Y = {}^{25}86723,73$ 

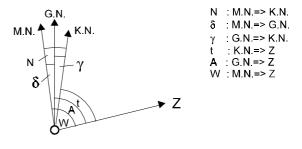
c) Meter

d) 57 = 5700 km nördlich des Äquator

25 = 2. Streifensystem; Konstante 500.000 zur Vermeidung

negativer Koordinaten

e) ca. 5701 km nördlich des Äquators und ca. 86 km östlich des 6. Längengrades östlich von Greenwich



Nullpunkt, Nordrichtung und Maßstab

- 1) Gauß-Krüger-System (Hochwert X und Rechtswert Y) (Dimension Meter)
- Soldner-System (Hochwert X und Rechtswert Y, Meter)
   Geographisches Koordinatensystem (Geograph. Länge λ,

geograph. Breite φ, Altgrad)
4) Ellipsoidisches Koordinatensystem (Ellipsoidische Länge L,

ellipsoidische Breite B, Altgrad)

Durch Anschluß an 2 bekannte Punkte. Methoden: Polares Anhängen, Orthogonalaufnahme, Polygonzug, Vorwärtsabschnitt, Bogenschlag etc.

#### Instrumentenkunde

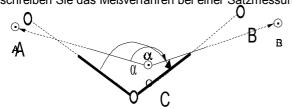
a) Winkelmessung

Was versteht man unter einem

- a) Brechungswinkel?
- b) Richtungswinkel?
- c) Azimut ?

Mit welchen Geräten mißt man diese Winkel?

Beschreiben Sie das Meßverfahren bei einer Satzmessung!



Welcher Fehler am Theodoliten wird nicht durch Messung in 2 Lagen beseitigt und wie minimiere ich seinen Einfluß?

Welches Meßverfahren erlaubt eine automatische Elimination des Einflusses von Zielachsfehler, Kippachsfehler und Teilkreisexzentrizität?

Kann man mit einem Theodoliten nivellieren?

Welche Einzelvorgänge unterscheidet man beim Aufstellen des Theodoliten?

- a) Winkel zwischen zwei Polygonseiten
- b) Winkel zwischen einer Strecke und Kartennord
- c) Winkel zwischen einer Strecke und geogr. Nord
- b) wird nur berechnet, kann nicht gemessen werden
- c) Kreisel
- 1. Aufstellen ( Zentrieren und Horizontieren ) des Theodoliten in C
- 2. Anzielen des Punktes A und Ablesen in Lage I
- 3. Anzielen des Punktes B und Ablesen ⇒ 1. Halbsatz
- 4. Fernrohr durchschlagen
- 5. Anzielen des Punktes A und Ablesen in Lage II
- 6. Anzielen des Punktes B und Ablesen in Lage II ⇒ 2. Halbsatz

Der Stehachsfehler, Vermeidung durch sorgfältiges Horizontieren mit den Libellen.

Messung in zwei Lagen.

Ja, bei sauberer Horizontierung mit Zenitwinkel 100 gon!.

Grobzentrierung

Grobhorizontierung

Feinhorizontierung

4. Feinzentrierung

Wie erfolgt die Aufstellung eines Theodoliten über einem Meßpunkt mit optischem Lot?

 Bodenpunkt mit opt. Lot genau anvisieren (Fußschraube oder Kugelkopf) = Grob zentrieren

2. Grobhorizontierung mit den Stativbeinen und Dosenlibelle

3. Feinhorizontieren mit Fußschrauben und Röhrenlibelle

4. Feinzentrieren durch Verschieben auf Stativteller

Nennen Sie 10 Einzelbausteine eines Theodoliten und ordnen Sie sie den Unterteilungen des Theodoliten zu!

Dreifuß: Dreifußkörper, Federplatte, Grundplatte, Fußschrauben

Unterteil: Steckzapfen; Mittelteil: Horizontalkreis Oberteil: Gehäuse, Fernrohrträger, Fernrohr, Vertikalkreis, Ableseeinrichtungen, Beleuchtungsspiegel, Grob-

visier, Horizontiereinrichtung (Dosenlibelle, Röhrenlibelle), Horizontal- u. Vertikalklemme, Horizontal-

u. Vertikalfeintrieb

Welche Forderungen bestehen bezüglich der Achsen eines Theodoliten für eine einwandfreie Winkelmessung?

a) Stehachse muß lotrecht sein

b) Kippachse muß senkrecht zur Stehachse sein c) Zielachse muß senkrecht zur Kippachse sein

#### b) Höhenmessung

Welche Höhenmeßverfahren kennen Sie und wie genau kann mit ihnen ein Höhenunterschied bestimmt werden?

a) geometrisches Nivellement ( $\geq \pm 0,1$  mm) b) trigonometrisches "( $\geq \pm 5$  mm) c) Tachymetrie ( $\geq \pm 1$  cm) d) Stereophotogrammetrie ( $\geq \pm 5$  cm) e) Schlauchwaage ( $\geq \pm 0,01$  mm) f) Barometer ( $\geq \pm 1$  m)

Welche Forderung besteht bezüglich der Achsen eines Nivelliers für ein einwandfreies Nivellement ?

Zielachse waagerecht

Nennen Sie Bauteile eines automatischen Nivelliers!

Fußschrauben, Dosenlibelle, Fernrohr mit Okular, Objektiv und Fokussierschraube, Kompensator im Strahlengang, Feder-platte

Welche beiden grundsätzlich verschiedenen Arten von Nivellieren gibt es und was sind ihre charakteristischen Bauteile?

a) automatisches Nivellier ⇒ Kompensator b) Libellennivellier ⇒ Röhrenlibelle

Wodurch wird beim geometrischen Nivellement der Einfluß von Erdkrümmung und Refraktion sowie einer dejustierten Ziellinie eliminiert?

Gleiche Zielweiten im Vor- und Rückblick

Nennen Sie Beispiele aus dem Bauwesen für die Anwendung des geometrischen Nivellements!

- a) Absteckung einer Sollhöhe für Fundament oder Fußbodenoberkanteb) Herstellung eines Planums vor Baubeginn
- c) Höhenmäßige Absteckung von Trassenpunkten (Straße, Kanal, Leitung)
- d) Höhenrostaufnahme zur Massenberechnung

Wie bestimme ich die NN-Höhe eines Punktes?

Anschluß an einen bekannten Punkt Methode: geometr. Nivellement, trigonom. Nivellement

#### c) Streckenmessung

Durch welche Fehler kann die Genauigkeit der Längenmessung mit Meßbändern beeinflußt werden ? Ordnen Sie diese nach Fehlerarten! Grobe Fehler: (z.B. Zahlendreher 94,74 statt 94,47)
Systematische Fehler: (z.B. Zugspannung ≠ 50 N oder
Temperatur ≠ 20°C ohne Korrektur)
Zufällige Fehler: (z.B. Ableseungenauigkeiten)

Welche prinzipiellen Arten der Entfernungsmessung kennen Sie und welche Geräte werden dazu benötigt?

b) optische Entfernungsmessung (Tachymeter mit Latte, Theodolit mit Basislatte, Schnittbildentfernungsmesser)c) elektron. Entfernungsmessung (EDM-Gerät mit Reflektor)

a) mechan. Streckenmessung (Meßband, Invardraht)

Temperaturmeßfehler + 1°C => Strecke

Welchen Einfluß haben Temperatur und Luftdruck auf die elektronische Entfernungsmessung?

Temperaturmeßfehler  $\pm$  1°C => Streckenfehler = 1 mm/km Luftdruckmeßfehler  $\pm$  3 mbar => Streckenfehler = 1 mm/km

Wie kann ich eine optische Streckenmessung mit Basislatte genauer machen ?

Durch Unterteilung der Strecke, weil die Meßgenauigkeit der Basislatte mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt!

z.B. 
$$s = 90 \text{ m} \Rightarrow \sigma_s = \pm 2 \text{ cm}$$

s' = 45 + 45 
$$\Rightarrow$$
  $\sigma_s$ ' =  $\sigma_s$  / 4  $\cdot$   $\sqrt{2}$  =  $\pm$  0,7 cm

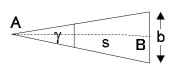
$$s' = 30 + 30 + 30 \Rightarrow \sigma_{s'} = \frac{2 \text{ cm}}{9} \cdot \sqrt{3} = \pm 0.4 \text{ cm}$$

Beschreiben Sie das Prinzip der optischen Entfernungsmessung einschl. der mathematischen Grundgleichung für eine Strecke von A nach B!

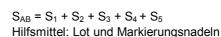
$$s = \frac{b}{2} \cdot \cot \frac{\gamma}{2}$$

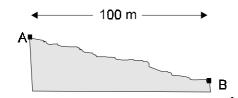
Dreieck

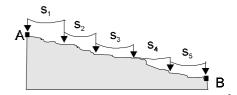
Parallaktisches



Beschreiben Sie in der Skizze, wie in geneigtem Gelände von A nach B ( $\approx$  100 m) eine Staffelmessung durchgeführt wird (30-m-Meßband) und welche Hilfsmittel benötigt werden !





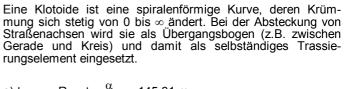


#### Absteckungsaufgaben

Was ist eine Klotoide und welche Rolle spielt sie bei der Absteckung von Straßenachsen?

Die Tangenten  $\overline{BA-S}$  und  $\overline{BE-S}$  sollen durch einen Kreis mit Radius R = 200 m ausgerundet werden.

- a) Berechnen Sie die Tangentenlängen t bei gegebenem Tangentenschnittwinkel  $\alpha$  = 80 gon !
- b) Berechnen Sie die Pfeilhöhe h für den Bogenmittelpunkt
- c) Berechnen Sie die Bogenlänge b = BA-BM-BE!
- d) Berechnen Sie die Koordinaten y<sub>1</sub> und x<sub>1</sub> des Punktes 1, der den Bogen BA-BM halbiert!

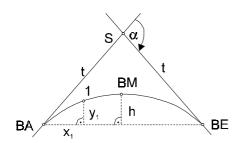


a) t = R · 
$$\tan \frac{\alpha}{2}$$
 = 145,31 m

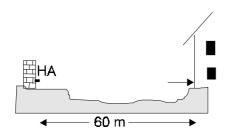
b) h = R - R · 
$$\cos \frac{\alpha}{2}$$
 = 38,20 m

c) b = 
$$\frac{R \cdot \alpha}{\rho}$$
 = 251,33 m

d) 
$$y_1 = R \cdot \cos(20) - R \cdot \cos(40) = 28,41 \text{ m}$$
  
 $x_1 = R \cdot \sin(40) - R \cdot \sin(20) = 55,75 \text{ m}$ 



Von einem Höhenbolzen HA (120,273 m üNN) aus soll an einem 60 m entfernten Haus die Höhe 120,000 m markiert werden. Beschreiben Sie das Meßverfahren und geben Sie sich fiktive Zahlenwerte vor !



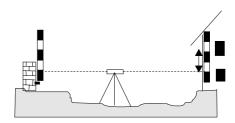
Die Millimeterangaben erfordern das geometrische Nivellement. Aufstellung des Nivelliergerätes in der Mitte zwischen Hauswand und Höhenbolzen.

Zahlenbeispiel:

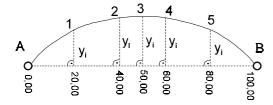
Abl. am Höhenbolzen : 1,247 m

⇒ Abl. am Haus = 120,273 + 1,247 - 120,000 = 1,520 m

Am Haus wird ein Zollstock so lange verschoben, bis im Nivelliergerät 1,520 m abgelesen wird. Unterkante Zollstock ist dann die gesuchte Höhenmarke.



Berechnen Sie für die Zwischenpunkte eines Kreisbogens die Ordinaten Yi zur Absteckung von der Sehne aus bei einem Kurvenradius von R = 500 m !



Geben Sie zwei verschiedene Meßverfahren an, mit denen man die so berechneten Kreisbogenpunkte in die Örtlichkeit übertragen kann!

Mit welchem Verfahren könnten Sie den Punkt C in die Strekke von A nach B einfluchten, wenn keine direkte Sichtverbindung von A nach B besteht?

Welche vermessungstechnischen Möglichkeiten zur Abstekkung eines rechten Winkels im Gelände kennen Sie und welche Genauigkeiten werden dabei im Winkelmaß erreicht?

Mit welchen Messungselementen kann man eine orthogonale bzw. polare Absteckung verproben?

#### Fehlerrechnung

Eine Strecke ist sechsmal gemessen worden. Berechnen Sie die Standardabweichungen  $\sigma$  für die Einzelmessung und  $\sigma_x$  für das arithmetische Mittel !

Welches Genauigkeitsmaß wird im Vermessungswesen am häufigsten gebraucht und nach welchen Formeln kann es berechnet werden?

Erläutern Sie die verwendeten Bezeichnungen in den Gleichungen!

$$\alpha/2 = \arcsin \frac{s}{2 \cdot R} = 6,3768 \text{ gon}$$

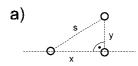
$$Y_3 = R - R \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 2,51 \text{ m}$$

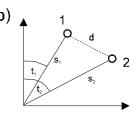
$$Y_{2,4} = 2,51 - \frac{10^2}{1000} = 2,41 \text{ m}$$

$$Y_{1,5} = 2,51 - \frac{30^2}{1000} = 1,61 \text{ m}$$

- 1) Orthogonal von der Sehne aus (wie berechnet)
- 2) Polar von A aus über noch zu berechnende Polarkoordinaten mit Anschlußrichtung nach B
- a) evtl. mit Rechtwinkelprisma in C
- b) mit Winkel- und Streckenmessung von C aus das Einrückmaß berechnen
- c) durch Polygonzug die Koordinaten von C im System A B berechnen ⇒ Abstand C von AB
- d) gegenseitiges Einfluchten bei C
- a) Rechtwinkelprisma:  $\pm$  2 cm / 30 m =  $\pm$  0,04 gon
- b) Bautheodolit:
- ± 0,01 gon ± 0,001 gon c) Ingenieurtheodolit:
- d) Sekundentheodolit:  $\pm$  0,0003 gon e) Meßband (3 $^2$  + 4 $^2$  = 5 $^2$ )  $\pm$  2 cm / 30 m =  $\pm$  0,04 gon
- a) orthogonal mit Streben (Pythagorasprobe) Sgemessen vergleichen mit Sgerechnet
- b) polar

Messung des Abstandes d zwischen polar abgesteckten Punkten (mit Rechnung vergleichen)





s <sub>i</sub> (m)	v <sub>i</sub> (cm)
156,15	+ 2,3
156,19	- 1,7
156,17	+ 0,3
156,17	+ 0,3
156,20	- 2,7
156,16	+ 1,3
156 173	$\Sigma v_{i} \sim 0$

$$\sigma = \sqrt{\frac{|v^2|}{n-1}} = \pm 1,86 \text{ cm}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm 0,76 \text{ cm}$$

#### Die Standardabweichung

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{[\epsilon\epsilon]}{n}}$$
  $\epsilon$  = wahre Abweichung

= Quadratsumme [33]

= Anzahl der wahren Abweichungen

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}$$
 v = Verbesserung oder wahrscheinl.

Abweichung

[vv] = Quadratsumme

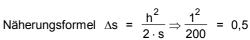
$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{|dd|}{2 \cdot n}}$$
 d = Differenz einer Doppelmessung

[dd] = Quadratsumme

n = Anzahl der Differenzen

Um wieviel wird eine ca. 200 m lange Strecke von A nach B zu lang gemessen, wenn ein Zwischenpunkt nach 100 m wegen unsauberen Einfluchtens um 1 m aus der Flucht von A nach B abweicht (Kathetenzuschlagsformel)?

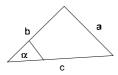




cm für eine Teilstrecke ⇒ Die Strecke wird um 1 cm zu lang gemessen.

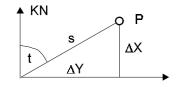
Zur Bestimmung des Flächeninhalts F einer dreieckigen Fläche wurden folgende Größen gemessen:

$$\begin{array}{lll} c = 100,00 \ m & \pm \ 0,03 \ m \\ b = \ 70,00 \ m & \pm \ 0,02 \ m \\ \alpha = \ 50,00 \ gon \ \pm \ 0,02 \ gon \end{array}$$



Berechnen Sie die Standardabweichung des Flächeninhalts!

Welche Standardabweichung weisen die berechneten Koordinaten X und Y des

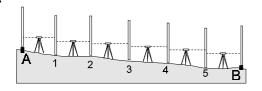


Punktes P auf, wenn sie mit den Polarkoordinaten s =  $190,04 \pm 0,05$  m und t = 71,4300 ± 0,02 gon von dem fehlerfrei gegebenen Punkt A aus berechnet werden?

Berechnen Sie ohne Verwendung von Winkelfunktionen den Durchmesser eines Turmes in 20 km Entfernung, wenn Sie mit einem Theodolit zwischen linkem



und rechtem Turmrand einen Winkel  $\alpha$  von 50 mgon messen. Wie genau ist diese Bestimmung, wenn die Entfernung auf  $\pm$  100 m genau bekannt ist und der Winkel  $\alpha$  mit einer Unsicherheit von  $\pm$  0,3 mgon gemessen wurde ?



Der Höhenunterschied  $\Delta H_{AB}$  zwischen A und B wurde in 6 Aufstellungen mit dem Ni 2 (ohne Planplatte) bestimmt (Zielweite 30 m). Errechnen Sie die Standardabweichung des Höhenunterschieds von A nach B, wenn bei einer Zielung zur Nivellierlatte mit einer Genauigkeit von  $\sigma_z$  =  $\pm$  1mm abgelesen werden kann.

$$F = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$dF = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \sin \alpha \cdot dc + \frac{1}{2} \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot db$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cos \alpha \cdot \frac{d\alpha}{\rho}$$

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{4} \cdot (b^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sigma_c^2 + c^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sigma_b^2$$

$$+ b^2 \cdot c^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sigma_\alpha^2}{\rho^2})$$

$$\sigma_F = \pm 1.3 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{lll} X_p & = & X_A + s \cdot \cos t \\ dx & = & \cos t \cdot ds + s \cdot \sin t \cdot \frac{dt}{\rho} \\ \sigma_x^2 & = & \cos^2 t \cdot \sigma_s^2 + s^2 \cdot \sin^2 t \cdot \frac{\sigma_t^2}{\rho^2} \\ \sigma_x & = & \sqrt{0,000471 + 0,002893} = \pm 0,06 \text{ m} \\ Y_p & = & Y_A + s \cdot \sin t \\ dy & = & \sin t \cdot ds + s \cdot \cos t \frac{dt}{\rho} \\ \sigma_y^2 & = & \sin^2 t \cdot \sigma_s^2 + s^2 \cos^2 t \cdot \frac{\sigma_t^2}{\rho^2} \\ \sigma_y & = & \sqrt{0,002029 + 0,000671} = \pm 0,05 \text{ m} \\ b & = & \frac{R \cdot \alpha}{\rho} \implies 20 \text{ km} \cdot \frac{0,050}{63,6620} = 15,71 \text{ m} \\ db & = & \frac{\alpha}{\rho} \cdot dR + \frac{R}{\rho} \cdot d\alpha \end{array}$$

$$db = \frac{\alpha}{\rho} \implies 20 \text{ km} \cdot \frac{1}{63,6620} = 15,71 \text{ m}$$

$$db = \frac{\alpha}{\rho} \cdot dR + \frac{R}{\rho} \cdot d\alpha$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\alpha^2}{\rho^2} \cdot \sigma_R^2 + \frac{R^2}{\rho^2} \cdot \sigma_\alpha^2}$$

$$= \sqrt{0,00617 + 0,00888} = \pm 0,12 \text{ m}$$

$$\begin{array}{lll} \Delta H_{A1} & = & R_A - V_1 \\ \Delta H_{AB} & = & R_A - V_1 + R_2 - V_2 + R_3 - V_3 + R_4 - V_5 + R_6 - V_8 \\ & & - V_5 + R_6 - V_8 \\ \\ d\Delta H_{AB} & = & dR_A + dV_1 + dR_2 + \ldots + dV_8 \\ \\ \sigma \Delta H_{AB}^2 & = & \sigma_{RA}^2 + \sigma_{V1}^2 + \sigma_{R2}^2 + \ldots + \sigma_{VB}^2 \\ \\ \sigma \Delta H_{AB}^2 & = & 12 \cdot \sigma_z^2 \\ \\ \sigma \Delta H_{AB} & = & \pm 1 \text{ mm} \cdot \sqrt{12} = \pm 3,5 \text{ mm} \end{array}$$

#### KLAUSURAUFGABEN mit Lösung

Zur Überprüfung der Nullpunktkorrektur eines elektrooptischen Nahbereichsentfernungsmessers ist eine lineare Teststrecke in allen drei Kombinationen je fünfmal gemessen worden.

S <sub>1</sub> [m]	S <sub>2</sub> [m]	S <sub>3</sub> [m]
63,752	51,633	115,387
,756	,634	,389
,754	,629	,385
,757	,633	,390
,756	,631	,389

$P_1$	<b>S</b> <sub>1</sub>	$P_2$	$s_2$	$P_3$
0		0		0
		- <b>s</b> <sub>3</sub> -		

- 1.1 Wie groß ist die Nullpunktkorrektur K?
- 1.2 Wie genau wird sie hier bestimmt?
- 1.3 Welche Genauigkeit  $\sigma_s$  einer Streckenmessung läßt sich aus den Meßdaten abschätzen ?
- 1.4 Sollte man unter Berücksichtigung der Streckenmeßgenauigkeit den am Entfernungsmesser bereits eingestellten Wert für die Nullpunktkorrektur verändern (Antwort mit kurzer Begründung)?

+ + + + + + + + + + + + + + +

Mit einem Tachymetertheodoliten sind Entfernungen zur vertikalen Latte gemessen worden ( k = 100, Lattenabschnitt l = 1 m ). Der Höhenwinkel betrug bei einer Messung  $\beta_1$  = 60 gon, bei einer anderen  $\beta_2$  = 3 gon.

- 2.1 Wie groß sind die zugehörigen Horizontalentfernungen s<sub>1</sub> und s<sub>2</sub> ?
- 2.2 Um welchen Betrag werden s<sub>1</sub> und s<sub>2</sub> mindestens verfälscht, wenn die Latte wegen dejustierter Dosenlibelle oder
- mangelhafter Sorgfalt beim Einspielen der Libelle um  $\pm$  1 gon geneigt ist ? 2.3 Ist die Latte bei schräger oder bei horizontaler Visur sorgfältiger senkrecht
  - zu stellen ?

- 1.1  $(S_1+K) + (S_2+K) = S_3+K \Rightarrow K = S_3 (S_1 + S_2) = 0,001 \text{ m}$
- 1.2 dK =  $dS_3 dS_1 dS_2$  $\sigma_k = \pm 1.7 \text{ mm}$
- 1.3  $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}} = \pm 2 \text{ mm}$
- 1.4 Nein, weil K <  $\sigma_s$  und K /  $\sigma_k$  < 3.

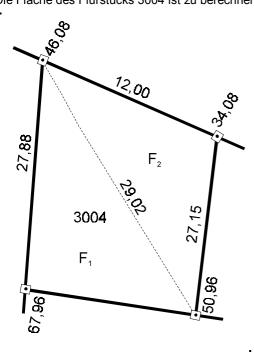
$$\Rightarrow ds = k \cdot l \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \frac{d\alpha}{\rho}$$

$$\sigma_s = k \cdot l \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\sigma_\alpha}{\rho}$$

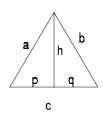
$$\alpha \approx \beta$$
;  $\sigma_{\alpha} = \pm 1 \text{ gon}$   
 $\Rightarrow \sigma_{s1} = \pm 0.75 \text{ m}$ ,  $\sigma_{s2} = \pm 0.07 \text{ m}$ 

2.3 Weil der Betrag bei schräger Zielung größer ist, muß hierbei sorgfältiger senkrecht gestellt werden.

Die Fläche des Flurstücks 3004 ist zu berechnen.



a)Heron'sche Formel F=  $\sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}$ mit s = (a + b + c) / 2  $\Rightarrow$  F<sub>1</sub> = 230,26 , F<sub>2</sub> = 162,61 , F = 392,87 m<sup>2</sup> b) Höhen einrechnen mit VV 15 :  $\Rightarrow$  F = ½ · 29,02 · (11,20 + 15,87) =392,78 m<sup>2</sup>



# VV 15 Höhe und Höhenfußpunkt

|                |       | а | 12,00 |       |       | а | 17,00 |
|----------------|-------|---|-------|-------|-------|---|-------|
|                |       | b | 27,15 |       |       | b | 27,88 |
|                |       | С | 29,02 |       |       | С | 29,02 |
| h <sub>A</sub> | 11,20 | р | 4,29  | $h_A$ | 15,87 | р | 6,10  |
| 2c             | 58,04 | q | 24,73 | 2c    | 58,04 | q | 22,92 |
|                |       |   |       |       |       |   |       |

Berechnungsformeln für VV15:

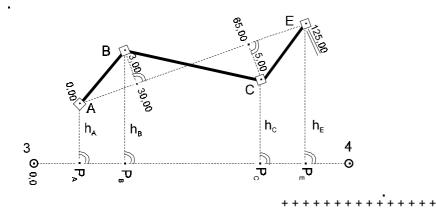
$$p = (c^2 + a^2 - b^2)/2c \quad (abgeleitet aus Cosinussatz!)$$

$$q = c - p \qquad h = \sqrt{b^2 - q^2}$$

Gegeben sind folgende Koordinaten:

| örtliches System |        | Landessystem |           | Pktnr. |
|------------------|--------|--------------|-----------|--------|
| У                | Х      | y'           | x'        |        |
| 0,0              | 0,0    | 23 980,00    | 53 010,00 | Α      |
| 0,0              | 125,00 | 24 080,00    | 53 085,10 | Е      |
|                  |        | 23 700,00    | 53 000,00 | 3      |
|                  |        | 24 100,00    | 52 900,00 | 4      |

- 3.1 Gesucht sind die Landeskoordinaten der Punkte B und C.
- 3.2 Gesucht sind die orthogonalen Absteckelemente der Punkte A, B, C, E auf die Messungslinie 3 4



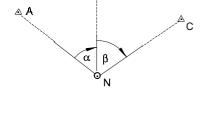
Für einen Rückwärtsschnitt wurden die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gemessen. Gegeben sind die Zielpunktkoordinaten von A, B und C.

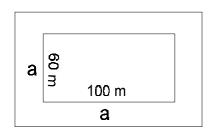
| PNR | у         | Х         |
|-----|-----------|-----------|
| Α   | 11 700,00 | 65 900,00 |
| В   | 12 250,00 | 65 800,00 |
| С   | 12 750,00 | 65 600,00 |

$$\alpha$$
 = 59,0334 gon  $\beta$  = 46,2595 gon

4.1 Gesucht die Landeskoordinaten des Punktes N.

₽В





Eine Kläranlage mit einer von 60 m x 100 m soll mit einer Bepflanzung umrandet werden, die rundum gleichbreit ist und eine gleichgroße Fläche wie die Kläranlage beansprucht.

++++++++++++++

a) Breite a  $\Rightarrow F = 2 \cdot (100 \cdot a) + 2 \cdot ((60 + 2a) \cdot a)$   $= 6.000 \text{ m}^2$   $\Rightarrow a = 15,68 \text{ m}$ b) a = 16,00 m  $\Rightarrow F = 12.144 \text{ m}^2$ 

Es wäre auch erlaubt, mit abgerundeten Ecken zu rechnen:

$$\Rightarrow F = 2 \cdot 100 \cdot a + 2 \cdot 60 \cdot a + 4 \cdot \frac{\pi \cdot a^2}{4}$$

- a) Wie breit wird der Pflanzstreifen?
- b) Wie groß wird die Fläche der gesamten Anlage, wenn die Breite des Pflanzstreifens auf volle Meter gerundet wird?

- 3.1 Kleinpunktberechnung Formeln Skriptum S. 10
- 3.2 Koordinatentransformation Formeln Skriptum S. 11

| Pkt | у         | Х         |
|-----|-----------|-----------|
| В   | 24 002,20 | 53 030,42 |
| С   | 24 035,01 | 53 045,05 |

| Pkt | h      | Р      |
|-----|--------|--------|
| Α   | 77,61  | 269,22 |
| В   | 102,81 | 285,80 |
| С   | 124,96 | 314,09 |
| Е   | 174,72 | 348,01 |

Rückwärtsschnitt Formeln Skriptum S. 11

$$\Rightarrow$$
 y<sub>N</sub> = 12 000,00  
x<sub>N</sub> = 65 300,00

 $S = c + k \cdot l \cdot \sin^2 z$ 

 $S = k \cdot (l_2 - l_1)$ 

b)

Nivelliertachymeter  $\Rightarrow$  z = 100 gon

1,212)) = 100,95 m

c)  $S_{A'B'} = \sqrt{122,6677^2 - 5^2} - \sqrt{21,7156^2 - 5^2}$ = 101,434 m

=  $k \cdot (o_2 - u_2 - o_1 + u_1)$ dS =  $k \cdot (do_2 - du_2 - do_1 + du_1)$  $\sigma_S = k \cdot \sqrt{\sigma_{o2}^2 + \sigma_{u2}^2 + \sigma_{o1}^2 + \sigma_{u1}^2}$ 

 $S_{AB} = \overline{SB} - \overline{SA} = 0.04 + 100.35 \cdot (1.953 - 1.00)$ 

0,731) -  $(0,04 + 100,35 \cdot (1,428 -$ 

Mit einem Nivelliertachymeter soll der Abstand zweier Hochspannungsmasten A und B bestimmt werden. Der Standpunkt S liegt in der gradlinigen Verlängerung von AB.

Bei justierter und einspielender Libelle ergeben sich folgende Ablesungen:

| Strecken | Ablesung o | mo      | Ablesung u | $m_u$   |
|----------|------------|---------|------------|---------|
| SA       | o = 1,428  | ± 0,001 | 1,212      | ± 0,001 |
| SB       | o = 1,953  | ± 0,003 | 0,731      | ± 0,003 |

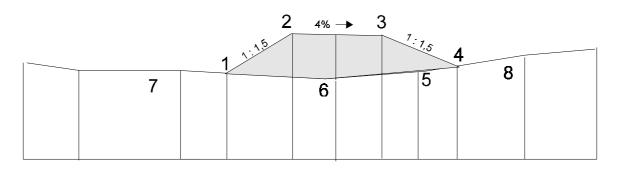
Gerätekonstanten: c = 0,04 k = 100,35

- a) Wie groß ist der Abstand SAB zwischen den Masten?
- b) Wie genau ist er bestimmt?
- c) Wie groß wäre er, wenn das Nivellier bei ansonst gleichen Meßwerten 5 m aus der Flucht gestanden hätte?



+++++++++++++

- a) Berechnen Sie die mit "?" versehenen fehlenden Angaben der Stationierung und des Planums!
- b) Wie groß ist die für die Berechnung des Auftrags benötigte Fläche des Querprofils, umrandet von den Punkten 1 bis 6?



| 217,35 | 217,21   | Geländehöhe<br>über NN | 217,17 |            |           | 217,47 |            | 217,65 |   | 217,80 | 218,07 |
|--------|----------|------------------------|--------|------------|-----------|--------|------------|--------|---|--------|--------|
| 25,2   | 21,2     | Station                | 13,2   | <i>ر</i> ۔ | 4,0       | 0,0    | 4,0        | 2,5    | ć | 15,0   | 24,8   |
|        | Planum C |                        | ć      | 222,00     | <i>د.</i> |        | <i>ر</i> ۔ |        |   |        |        |

Lösung: 
$$4\% = 4 \text{ cm} / \text{m}$$

b) Planumshöhe Pkt. 2 = 
$$222,0 + 4 \text{ m} \cdot 4 \text{ cm} / \text{m} = 222,16 \text{ m}$$

+++++++++++++++

++++++++++

Berechnung der "Koordinaten" der Punkte 1 und 4 über Schnitt zweier Geraden

#### Punkt 1:

Gerade 
$$\overline{6-7}$$
:  $\frac{Y-(-13,2)}{X-217,17} = \frac{13,2}{0,3}$ 

$$\Rightarrow Y_1 = 44 \cdot X - 9568,68$$
Gerade  $\overline{2-1}$ :  $\frac{Y-(-4)}{X-222,16} = 1,5$ 

$$\Rightarrow Y_2 = 1,5 \cdot X - 337,24$$

$$Y_1 = Y_2 \Rightarrow X_1 = 217,210 = Planum$$

$$Y_1 = -11,424 = Station$$

Flächenberechnung nach Gauß'schen Formeln aus "Koordinaten" (Skriptum S. 21)

| Р | Y        | X       |
|---|----------|---------|
| 1 | - 11,424 | 217,21  |
| 2 | - 4,00   | 222,16  |
| 3 | + 4,00   | 221,84  |
| 4 | + 10,204 | 217,704 |
| 5 | + 7,5    | 217,65  |
| 6 | 0,0      | 217,47  |

Punkt 4:

Gerade 
$$\overline{5-8}$$
:  $\frac{Y-7,5}{X-217,65} = \frac{15-7,5}{217,8-217,65}$   
 $\Rightarrow Y_1 = 50 \cdot X - 10875$   
Gerade  $\overline{3-4}$ :  $\frac{Y-4}{X-221,84} = -1,5$   
 $\Rightarrow Y_2 = -1,5 \cdot X + 336,76$   
 $\Rightarrow X_4 = 217,704 = Planum$   
 $\Rightarrow Y_4 = 10,204 = Station$ 

$$\Rightarrow$$
 F = 67,2 m<sup>2</sup>

In einem Dreieck sind 2 Seiten und ein Winkel gemessen mit

$$a = 98,50 \pm 0,02 \text{ m}$$

$$b = 66,80 \pm 0,01 \,\mathrm{m}$$

$$\gamma = 59,033 \pm 0,001 \text{ gon}$$

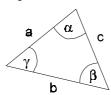
Berechnen Sie die Seite c sowie den Winkel ß einschließlich Standardabweichungen!

Ansatz:

1) 
$$\sin \beta = \frac{a \cdot \sin \gamma}{\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma}}$$

2) totales Differential berechnen

3) 
$$\sigma_{\beta} = \pm 0.013$$
 gon



Cosinussatz: 
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\gamma$$
  
  $c = 79,175$ 

Sinussatz: 
$$\sin \beta = \frac{a}{c} \cdot \sin \gamma$$

$$\beta$$
 = 93,798 gon

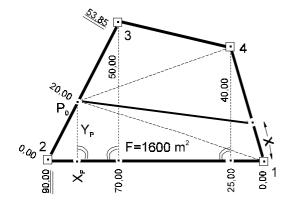
2c · dc = 
$$2a \cdot da + 2b \cdot db - 2a \cdot cos\gamma \cdot db - 2b \cdot cos\gamma \cdot da$$
  
+  $2ab \cdot sin\gamma \cdot d\gamma$ 

$$dc = \left(\frac{a}{c} - \frac{b}{c} \cdot \cos \gamma\right) \cdot da + \left(\frac{b}{c} - \frac{a}{c} \cdot \cos \gamma\right) \cdot db + \frac{a \cdot b}{c} \cdot \sin \gamma \cdot d\gamma$$

$$\sigma_c = \sqrt{\left("\right)^2 \cdot \sigma_a^2 + \left("\right)^2 \cdot \sigma_b^2 + \dots}$$

$$\frac{1}{1... + \frac{a^2 \cdot b^2}{c^2} \cdot \sin^2 \gamma \cdot \frac{\sigma_{\gamma}^2}{\rho^2}} = \pm 0,015 \text{ m}$$

Gegeben sei der nachfolgende Messungsriß eines zu teilenden Flurstücks:



Durch Po ist eine Gerade zu ziehen, welche die Seite 1 - 4 schneidet und eine Sollfläche von f = 1600 m<sup>2</sup> aus dem gegebenen Flurstück teilt. Gesucht ist das Absteckmaß x. ( Hinweis zur Lösung: Bestimme die Flächen der Dreiecke

(1, 2, P<sub>0</sub>), (1, P<sub>0</sub>, 4) aus orthogonalen Daten bzw. mittels Gauß'scher Flächenformel)

 $F_{GES} = \frac{1}{2} \cdot (20 \cdot 50 + 25 \cdot 40 + 45 \cdot 90) = 3.025 \text{ m}^2$ 

Koordinaten von P<sub>0</sub>:

$$\begin{array}{lll} \frac{Y_p}{50} & = \frac{20}{53,85} \Rightarrow Y_P & = 18,57 \text{ m} \\ \frac{X_1}{20} & = \frac{20}{53,85} \Rightarrow X_P & = 90 \text{ - } X_1 = 82,57 \text{ m} \\ S_{1-4} & = 47,17 \text{ ; } S_{1-P0} & = 84,63 \text{ ; } S_{P0-4} & = 61,43 \\ F_{12P0} & = 0,5 \cdot 90 \cdot 18,57 & = 835,65 \text{ m}^2 \end{array}$$

Berechnung des Lotes von 
$$P_0$$
 auf  $\overline{1-4}$ :  
 $p = \frac{47,17^2 + 84,63^2 - 61,43^2}{2 \cdot 47,17} = 59,51 \text{ m}$ 

h = Lot von P<sub>0</sub> auf 1-4 = 
$$\sqrt{(1-P_0)^2 - 59,51^2}$$
  
= 60,173

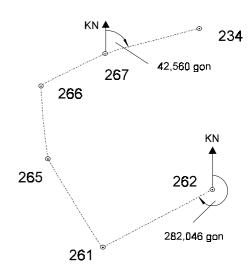
Restfl. = 
$$1600 \text{ m}^2 - 835,65 \text{ m}^2 = 764,35 \text{ m}^2$$
  
 $x = \frac{2 \cdot 764,35}{h} = 25,30 \text{ m}$ 

Im folgenden Polygonzug soll ein Meßfehler aufgedeckt und eliminiert werden (Vorschlag: Berechnung als offener Zug von beiden Enden aus!).

- a) Das Winkelbuch ist auszuwerten.
- b) Der Polygonzug ist nach Elimination des groben Fehlers komplett zu berechnen und zu verproben.

Gegeben: Anschlußkoordinaten, Richtungen, Winkel, Strecken

| Pktnr. | Υ         | X         |
|--------|-----------|-----------|
| 261    | 23 652,14 | 15 405,41 |
| 267    | 23 701,76 | 15 865,91 |



VV1 Horizontalwinkelmessung

|       |       |         |         |         |         | ug      |          |        |
|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|--------|
| Stand | Ziel- | Abl.    | Abl.    | Lage I  | Lage II | Satz-   | Mittel   | Be-    |
| pkt   | pkt   | Lage I  | Lage II | red.    | red.    | mittel  | a. a. B. | merk.  |
| 1     | 2     | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8        | 9      |
| 261   | 262   | 14,304  | 214,308 | 0       | 0       | 0       |          |        |
|       | 265   | 322,347 | 122,345 | 308,043 | 308,037 | 308,040 |          | 153,25 |
|       |       |         |         |         |         |         |          |        |
| 265   | 261   | 168,951 | 368,956 | 0       | 0       | 0       |          |        |
|       | 266   | 338,956 | 138,953 | 170,005 | 169,997 | 170,001 |          | 139,50 |
|       |       |         |         |         |         |         |          |        |
| 266   | 265   | 68,204  | 268,211 | 0       | 0       | 0       |          |        |
|       | 267   | 310,349 | 110,362 | 242,145 | 242,151 | 242,148 |          | 195,80 |
|       |       |         |         |         |         |         |          |        |
| 267   | 266   | 112,005 | 312,002 | 0       | 0       | 0       |          |        |
|       | 234   | 322,320 | 122,327 | 210,315 | 210,325 | 210,320 |          |        |
|       |       |         |         |         |         |         |          |        |
|       |       | 436     | 464     |         |         | 2x509   | = 018    |        |
|       |       | 464     | Ā       |         |         | +2x941  | = 882    |        |
|       |       |         | •       |         |         |         |          |        |
|       |       | 900     |         |         |         |         | 900      | •      |

- 1) Winkelbuch: Sp. 1-4 und 9 gegeben Sp. 5-8 ausfüllen mit Summenprobe
- Überprüfung der Winkel und Anschlußrichtungen mit Berechnung der Winkelabweichung W = Δβ.

| a) von 234 aus                          | b) von 262 aus                  |
|---|---------------------------------|
| $t_0 = 242,560$                         | 282,046                         |
| + $\beta_1$ 189,680                     | + 308,040                       |
| + 157,852                               | + 170,001                       |
| + 229,999                               | + 242,148                       |
| + 91,960                                | + 210,320                       |
| t <sub>e</sub> = 112,051                | t <sub>e</sub> = 12,555         |
| - 82,046                                | - 42,560                        |
| $\Delta \beta \approx 30,0 \text{ gon}$ | $\Delta\beta \approx$ -30,0 gon |

 $\Delta\beta$  läßt Winkelmeßfehler vermuten, weil bei einem Streckenfehler  $\Delta\beta\approx0$  wäre !  $\Rightarrow$  Berechnung des Zuges von 2 Seiten. Der Punkt mit **näherungsweise** gleichen Koordinaten in beiden Berechnungen ist der Ort des Winkelmeßfehlers !

# VV 19 Polygonpunktberechnung

| Richtungs<br>-winkel t<br>Brechung<br>s-winkel β | S      | ΔY<br>Y  | ΔX<br>X  | Punkt-<br>nummer |
|--|--------|----------|----------|------------------|
| 282,046  |        |          |          | 262              |
| 308,040  |        | 23652,14 | 15405,41 | 261              |
| 390,086  | 153,25 |          |          |                  |
| 170,001  |        | 23628,37 | 15556,80 | 265              |
| 360,087  | 139,50 |          |          |                  |
| 242,148  |        | 23546,53 | 15669,78 | 266              |
| 2,235  | 195,80 |          |          |                  |
| 210,320  |        | 23553,40 | 15865,46 | 267              |
| 12,555   |        |          |          |                  |
|  |        |          |          | 234              |

# VV 19 Polygonpunktberechnung

| Richtungs-<br>winkel t<br>Brechungs-<br>winkel β | S      | ΔY<br>Y  | ΔX<br>X  | Punkt<br>-<br>num<br>mer |
|--|--------|----------|----------|--------------------------|
| 242,560  |        |          |          | 234                      |
| 189,680  |        | 23701,76 | 15865,91 | 267                      |
| 232,240  | 195,80 |          |          |                          |
| 157,852  |        | 23606,79 | 15694,69 | 266                      |
| 190,092  | 139,50 |          |          |                          |
| 229,999  |        | 23628,41 | 15556,87 | 265                      |
| 220,091  | 153,25 |          |          |                          |
| 91,960   |        | 23580,84 | 15411,19 | 261                      |
| 112,051  |        |          |          |                          |
|  |        |          |          | 262                      |

Bei der zweiten Berechnung müssen wegen der Richtungsumkehr für die Brechungswinkel deren Ergänzungswinkel eingesetzt werden.

#### **VV 19**

#### Polygonpunktberechnung

|   | Richtungs-<br>winkel t<br>Brechungs-<br>winkel β | s                   | Proberechnung $\Delta Y + \Delta X =$ s·sin(t+50)· 1,4142136 |   | Verb, y<br>ΔΥ | Verb, x<br>ΔX<br>X | Punkt-<br>nummer |
|---|--|---------------------|--|---|---------------|--------------------|------------------|
| 1 | 2 willikei p                                     | 3                   | 4  | 5 | 6             | 7                  | 8                |
|   | 282,046  | <u>_</u>            | <u> </u>   |   | <u> </u>      | <u>'</u>           |                  |
|   | 308,040  |                     |  |   | 23652,14      | 15405,41           | 261              |
|   | 390,086  | 153,25              |  |   |               |                    |                  |
|   | 200,001  |                     |  |   | 23628,39      | 15556,82           | 265              |
|   | 390,087  | 139,50              |  |   |               |                    |                  |
|   | 242,148  |                     |  |   | 23606,78      | 15694,65           | 266              |
|   | 32,235   | 195,80              |  |   |               |                    |                  |
|   | 210,320  |                     |  |   | 23701,76      | 15865,91           | 267(Soll)        |
|   | 42,555   | = t <sub>ist</sub>  |  |   |               |                    | 267(Ist)         |
|   | 42,560   | = t <sub>soll</sub> |  |   | $f_Y = 0.06$  | $f_X = 0.06$       |                  |
|   | 0,005  | = W                 |  |   | L = 0,07      | FL = 0,22          |                  |
|   | 0,028  | = FW                |  |   | Q = 0.06      | FQ = 0,15          | v                |

Da sich Punkt 265 als dieser Ort ergibt, muß der Brechungswinkel 170,001 um 30 gon verändert werden zu 200,001 gon.

In nebenstehender Lösung sind zur Übung

- a) die Verprobung
- b) die Berechnung der vorläufigen Koordinatenunterschiede  $\Delta Y$  und  $\Delta X$ 
  - e) die Berechnung der Verbesserungen v<sub>Y</sub> und v<sub>X</sub>

freigelassen worden.

Wegen der eindeutigen Bestimmbarkeit des groben Winkelfehlers braucht die Messung nicht wiederholt zu werden.

++++++++++++++

++++++++++++++

Gegeben die NN - Höhen

| Α | 207,123 m |
|---|-----------|
| П | 206,258 m |

Das nachfolgende Nivellement zur Bestimmung des Punktes N ist einschließlich Fehlerverteilung auszuwerten !

| R     | V     | +        | -                   | Höhe [m] | PNR |
|-------|-------|----------|---------------------|----------|-----|
| 2,416 |       |          |                     | 207,123  | Α   |
| 1,542 | 0,112 | 2,304 +1 |                     | 209,428  | WP1 |
| 0,423 | 2,016 |          | 0,474 +1            | 208,955  | WP2 |
| 0,857 | 1,176 |          | 0,753               | 208,202  | N   |
| 1,807 | 1,628 |          | 0,771 +1            | 207,432  | WP3 |
|       | 2,982 |          | 1,175 <sup>+1</sup> | 206,258  | Е   |

Gegeben: Meßwerte in den Spalten R und V Höhen der Punkte A und E

Verprobung:

1) 
$$\Sigma R - \Sigma V = 7,045 - 7,914 = -0,869 \text{ m}$$

2) 
$$\Sigma(+) + \Sigma(-) = 2,304 - 3,173 = -0,869 \text{ m}$$

Berechnung des Abschlußfehlers v

3) 
$$H_E - H_A = 206,258 - 207,123 = -0,865 \text{ m}$$

4) 
$$\Rightarrow$$
 v = +4 mm  
H<sub>N</sub> = 208,202 m

Ziellinienjustierung eines Nivelliers

Ablesungen:  $a_1' = 0,179 \text{ m}$ 

 $a_{2}' = 0.167 \text{ m}$  $a_{3}' = 0.347 \text{ m}$ 

 $a_4' = 0.389 \text{ m}$ 

Wie groß ist der Wert a4 bei justierter Ziellinie?

$$\Delta H_{BC} = (a_2' - 2 f) - (a_1' - f) = (a_3' - f) - (a_4' - 2 f)$$

f = Einfluß der Zielliniendejustierung in 20 m Abstand

$$\Rightarrow (a_4' - 2 f) = (a_1' - f) - (a_2' - 2 f) + (a_3' - f)$$
$$= a_1' - a_2' + a_3'$$

 $a_4$ ' - 2 f = Wert bei justierter Ziellinie ergibt sich aus  $a_1$ ',  $a_2$ ' und  $a_3$ ' bei unjustierter Ziellinie

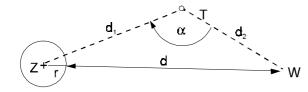
$$\Rightarrow$$
 a<sub>4</sub> (Soll) = 0,179 - 0,167 + 0,347  
= 0,359 m

⇒ Im vorliegenden Fall muß das Fadenkreuz mit einem Justierstift von 0,389 m auf 0,359 m verstellt werden. Von der Tribüne eines Stadions wurden zur Bestimmung eines Diskuswurfes folgende Winkel und Schrägstrecken gemessen:

| Standpkt. | Zielpkt. | z <sub>i</sub> [gon] | Hz <sub>i</sub> [gon] | S <sub>i</sub> ' [m] |
|-----------|----------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| Т         | Z        | 120,102              | 98,124                | 80,125               |
|           | W        | 116,507              | 52,567                | 115,256              |

Z: Zentrum des Wurfkreises mit dem Radius r = 1,25 m

#### 1.1 Gesucht ist die Wurfweite d.



1.2 Wie groß ist die Standardabweichung  $\sigma_d$  der Distanz d, wenn die Strecken auf  $\pm$  5 mm, die Vertikal- und Horizontalwinkel auf  $\pm$  1 mgon gemessen wurden ( $\sigma_r$  =  $\pm$  0,00 m) ?

$$d_1 = S_1' \cdot \sin z_1 = 76,164 \text{ m}$$
  
 $d_2 = S_2' \cdot \sin z_2 = 111,403 \text{ m}$   
 $\alpha = Hz_1 - Hz_2 = 45,557 \text{ gon}$ 

### Cosinussatz:

$$(d+r)^2 = d_1^2 + d_2^2 - 2 \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \cos\alpha$$

$$1.1 \Rightarrow d = 72,265 \text{ m}$$

#### 1.2 Totales Differential

$$\begin{aligned} 2\cdot (d+r)\cdot dd &= 2d_1\cdot dd_1 + 2d_2\cdot dd_2 - 2d_1\cdot \cos\alpha\cdot dd_2 \\ &\quad - 2d_2\cdot \cos\alpha\cdot dd_1 + 2d_1\cdot d_2\cdot \sin\alpha\cdot d\alpha \\ dd_1 &= \sin z_1\cdot dS_1' + S_1'\cdot \cos z_1\cdot dz_1 \end{aligned}$$

$$dd_2 = \sin z_2 \cdot dS_2' \cdot S_2' \cdot \cos z_2 \cdot dz_2$$

$$\Rightarrow$$
 (r+d)·dd =

$$(d_1 \cdot \sin z_1 - d_2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin z_1) \cdot dS_1$$

+ 
$$(d_1 \cdot S_1' \cdot \cos z_1 - d_2 \cdot S_1' \cdot \cos z_1 \cdot \cos \alpha) \cdot dz_1$$

+ 
$$(d_2 \cdot \sin z_2 - d_1 \cdot \sin z_2 \cdot \cos \alpha) \cdot dS_2$$

+ 
$$(d_2 \cdot S_2' \cdot \cos z_2 - d_1 \cdot S_2' \cdot \cos z_2 \cdot \cos \alpha) \cdot dz_2$$

+ 
$$d_1 \cdot d_2 \cdot sin\alpha \cdot d\alpha$$

$$dz_1 = dz_2 = d\alpha = \pm 1 \text{ mgon } \Rightarrow \sigma_d = \pm 3.6 \text{ mm}$$

Für die Anlage eines Sportplatzes wurden folgende Rosthöhen ermittelt

(die Gitterweite des quadratischen Rostes beträgt 20 m):

- 20,81 20,85 20,78 20,78 20,80 20,78 20,80 20,80 20,83 20,76 20,68 20,75 20,80 20,70
- 1.) Gesucht ist die mittlere Höhe  $m_h$  .
- Eine in West-Ost-Richtung um 2,5% fallende Schrägebene ist anzulegen, ohne daß Erdmassen abzufahren sind. Gesucht sind die Höhen der östlichen und westlichen Randpunkte.
- 1.)  $m_h = \frac{1}{32} \cdot [(0.91 + 0.78 + 0.80 + 0.70 + 0.68) \\ + 2 \cdot (0.85 + 0.76 + 0.80 + 0.75 + 0.85 + 0.80) \\ + 3 \cdot (0.78) \\ + 4 \cdot (0.78 + 0.80 + 0.83)] \\ + 20.0 \text{ m} \\ = 20.796 \text{ m}$   $\Rightarrow \text{Volumen "uber H} = 0:$
- 2.) 2,5% = 50 cm / 20 m Annahme: Höhe des westlichen Randes =  $H_1$  $V_1$  = Volumen nach Anschrägung

 $V_1 = 8 \cdot 400 \cdot 20,796 = 66.547 \text{ m}^3$ 

 $\Rightarrow$  H<sub>1</sub> = westliche Randhöhe = 21,483 m

 $\Rightarrow$  östliche Randhöhe = 21,483 m - 3  $\cdot$  0,50 m = 19,983 m

+++++++++++++

Eine Fläche A wurde im Maßstab 1 : 500 mittels eines Polarplanimeters zu  $n_A$  = 962  $\pm$  3 Nonieneinheiten umfahren; ein Quadrat mit 4 x 4 cm² wurde zu n = 202  $\pm$  2 Nonieneinheiten bestimmt.

- Bestimmen Sie den absoluten Wert k der Nonieneinheit und dessen Standardabweichung
- 1.2 Berechnen Sie A und  $\sigma_A$ .
- 1.3 Wie groß ist die relative Abweichung R<sub>A</sub> von A?

2.5 %

1.1  $1600 \text{ mm}^2 = k \cdot 202 \implies k = 7,9208$ 

$$k = \frac{F}{n}; \quad dk = -\frac{F}{n^2} \cdot dn$$
 
$$\Rightarrow \sigma_k = \frac{F}{n^2} \cdot \sigma_n$$

$$\Rightarrow$$
  $\sigma_k$  =  $\pm 0.078$   $\Rightarrow$  k = 7.92  $\pm 0.08$ 

1.2 A = 
$$k \cdot n = k \cdot M^2 \cdot 10^{-6} \cdot n_A = 1.905 \text{ m}^2$$

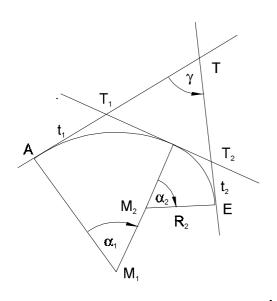
$$dA = M^{2} \cdot 10^{-6} \cdot (n_{A} \cdot dk + k \cdot dn_{A})$$

$$\sigma_{A} = M^{2} \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{(n_{A} \cdot \sigma_{k})^{2} + (k \cdot \sigma_{nA})^{2}} = \pm 20,1$$

$$A = 1.905 \pm 20 \text{ m}^2$$

1.3 
$$R_A = \frac{\sigma_A}{A} = 1,05\%$$

# Zweiteiliger Korbbogen



 $\begin{array}{lll} \text{gemessen:} & \gamma & = 71,969 \text{ gon} \\ & TT_1 & = 52,62 & m \\ & TT_2 & = 74,95 & m \\ & R_1 & = 78,00 & m \end{array}$ 

gesucht:  $T_1T_2$ ,  $R_2$ ,  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ 

T<sub>1</sub>T<sub>2</sub> nach Cosinussatz

$$\begin{split} \overline{T_1 T_2} &= \sqrt{T T_1^2 + T T_2^2 - 2 \cdot T T_1 \cdot T T_2 \cdot \cos \gamma} \\ &= 70,88 \text{ m} \\ &< T_2 T_1 T = \alpha_1 \; ; \quad < T_1 T_2 T = \alpha_2 \\ &\Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{T T_2}{T_1 T_2} \cdot \sin \gamma \\ &\qquad \alpha_1 = 81,1676 \text{ gon} \end{split}$$

 $\sin \alpha_2 = \frac{TT_1}{T_1T_2} \cdot \sin \gamma$   $\alpha_2 = 46,8634 \text{ gon}$ 

Probe:  $\alpha_1 + \alpha_2 + \gamma = 200 \text{ gon}$   $t_1 = R_1 \cdot \tan \frac{\alpha_1}{2} = 57,77 \text{ m}$   $t_2 = T_1T_2 - t_1 = 13,11 \text{ m}$  $R_2 = t_2 \cdot \cot \frac{\alpha_2}{2} = 34,00 \text{ m}$ 

Der Höhenunterschied zwischen der Kippachse eines Theodoliten im Standpunkt und einem ca. d = 63,5 m entfernten Wasserturm soll auf  $\pm$  2 cm genau gemessen werden. Wie genau muß d gemessen werden, wenn der Zenitwinkel von ca. 85 gon auf  $\pm$  0,009 gon genau gemessen werden konnte?

$$\Delta h = d \cdot \cot z$$

$$\Rightarrow d\Delta h = \cot z \cdot dd + \frac{d \cdot dz}{\sin^2 z \cdot \rho}$$

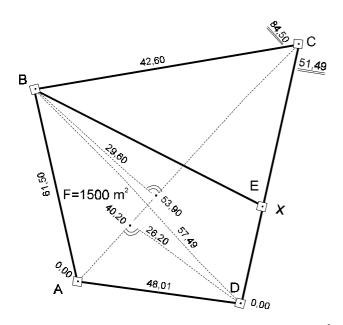
$$\sigma_{\Delta h}^2 = \cot^2 z \cdot \sigma_d^2 + \frac{d^2 \cdot \sigma_z^2}{\sin^4 z \cdot \rho^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_d^2 = \frac{1}{\cot^2 z} \cdot \left(\sigma_{\Delta h}^2 - \frac{d^2 \cdot \sigma_z^2}{\sin^4 z \cdot \rho^2}\right)$$

$$\sigma_{d} = + 7.3 \text{ cm}$$

Aus dem gegebenen Zahlenfeldbuch für das Viereck ABCD soll eine

Aus dem gegebenen Zahlenfeldbuch für das Viereck ABCD soll eine Sollfläche von 1500 m<sup>2</sup> herausgetrennt werden, die von den Eckpunkten ABED umgrenzt wird. Führen Sie, soweit möglich, die Pythagorasproben durch.



1. Pythagorasproben

|          | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · |           |  |  |
|----------|---------------------------------------|-----------|--|--|
| gemessen | gerechnet                             | Differenz |  |  |
| 61,50    | 61,49                                 | 0,01      |  |  |
| 42,60    | 42,57                                 | 0,03      |  |  |
| 51,49    | 51,47                                 | 0,02      |  |  |
| 48,01    | 47,98                                 | 0,03      |  |  |
| 57.49    | 57.45                                 | 0.04      |  |  |

# 2. F<sub>ΔABD</sub> aus Koordinaten

| 1 | Α | 0,00    | 0,00  |                                    |
|---|---|---------|-------|------------------------------------|
|   | В | - 29,60 | 53,90 | 2                                  |
|   | D | 26,20   | 40,20 | $\Rightarrow$ 1.301 m <sup>2</sup> |

# 3. F<sub>ABCD</sub> aus Koordinaten

| В | - 29,60 | 53,90 |                                      |
|---|---------|-------|--------------------------------------|
| С | 0,00    | 84,50 |                                      |
| D | 26,20   | 40,20 | $\Rightarrow$ 1.056,5 m <sup>2</sup> |
|   |         |       | •                                    |

4. Höhe h von B auf CD

$$F_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{DC} \cdot h \implies h = \frac{2 \cdot 1.056,5}{51,49}$$

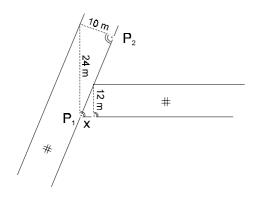
$$h = 41,04$$

$$5. F_{ABED} = 1500 \text{ m}^2 - 1301 \text{ m}^2 = 199 \text{ m}^2$$

$$6. F_{ABED} = 199 \text{ m}^2 = \frac{DE \cdot 41,04}{2}$$

$$\implies DE = X = 9.70 \text{ m}$$

Aus den im Bild angegebenen Maßen ist das Absteckmaß  ${\bf x}$  zu errechnen!



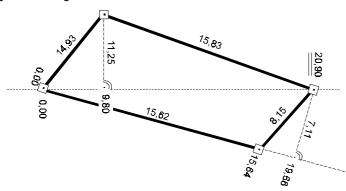
$$\alpha = \arcsin \frac{10}{24} = 27,3604 \text{ gon}$$

$$\frac{x}{12}$$
 = tan  $\alpha$   
x = 12 · tan  $\alpha$  = 5,50 m

++++++++++++++

++++++++++++++

Gegeben ist folgendes Feldbuchmaterial:



- 1. Alle Kontrollrechnungen sind durchzuführen.
- 2. Gesucht sind die Fläche F und
- 3. deren Standardabweichung  $\sigma_{\text{F}}$ , wobei alle Streckenmessungen auf  $\pm$  2 cm genau sind.

1. Kontrollrechnungen

| gemessen | gerechnet | d      |
|----------|-----------|--------|
| 14,93    | 14,92     | 0,01   |
| 15,83    | 15,80     | 0,03   |
| 8,15     | 8,17      | - 0,02 |
| 20,90    | 20,91     | - 0,01 |

2. 
$$F = \frac{20.9 \cdot 11.25}{2} + \frac{15.64 \cdot 7.11}{2} = 173 \text{ m}^2$$

3. 
$$F = 0.5 \cdot (a \cdot b + c \cdot d)$$

$$dF = 0.5 \cdot (a \cdot db + b \cdot da + c \cdot dd + d \cdot dc)$$

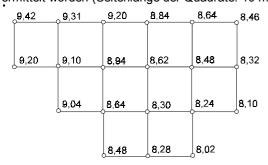
$$\sigma_F^2 = \frac{1}{4} \cdot (a^2 \cdot \sigma_b^2 + b^2 \cdot \sigma_a^2 + c^2 \cdot \sigma_d^2 + d^2 \cdot \sigma_c^2)$$

$$= \frac{\sigma_s^2}{4} \cdot (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$$

$$= 0.086 \text{ m}^4$$

$$\sigma_F \approx \pm 0.3 \text{ m}^2$$

Durch Flächenivellement sind die nebenstehenden Gitterrosthöhen ermittelt worden (Seitenlänge der Quadrate: 10 m).



- 1. Berechnen Sie diejenige Höhe, für die sich bei einer Planumsherstellung Auf- und Abtrag der Erdmassen ausgleichen.
- 2. Konstruieren Sie für die gefundene Höhe eine Höhenlinie.
- Bezogen auf die niedrigste H\u00f6he des Rostes ist die Summe der aufliegenden Massen zu berechnen.
- 4. Welche Fläche (in mm²) wird im Falle einer Kartierung des Gitterrostes im Maßstab 1 : 250 überdeckt ?

- 1a) Berechnung der mittleren Höhen im Quadrat: 9,26; 9,14; usw.
- 1b) Mittelung der mittleren Höhen in den Quadraten  $\Rightarrow$  H<sub>0</sub> = 8,664 m 2)

9,42 9,31 9,20 8,64 8,64 8,46 9,20 9,10 8,94 8,62 8,48 8,32 9,04 8,64 8,30 8,24 8,10

8,48

- 3)  $M = 708 \text{ m}^3$
- 4) 10 m im Maßstab 1:250 entsprechen 40 mm

8,28

8,02

 $\Rightarrow$  11 · 40 · 40 = 17.600 mm<sup>2</sup>

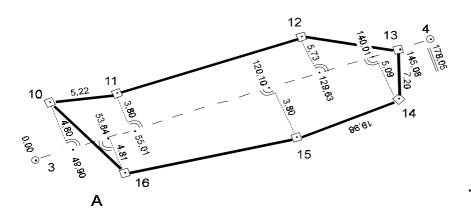
Gegeben ist folgender Feldbuchriß:

| Pktnr. | у      | Х      |
|--------|--------|--------|
| Α      | 386,25 | 120,90 |
| Е      | 173,66 | 226,49 |

- Berechnen Sie die Koordinaten der Neupunkte einschließlich Fehler-1. verteilung.
- 2. Gesucht ist die von den Neupunkten eingeschlossene Fläche F.

Berechnen Sie die Fläche F des durch die unten angegebene Orthogonalaufnahme aufgemessenen Grundstückes

- 1. aus Feldmaßen,
- 2. mit Hilfe der Gauß'schen Flächenformel aus Landeskoordinaten!



3. Welche Höhen und Höhenfußpunkte werden durch die gemessenen Steinbreiten kontrolliert?

s aus Koordinaten: 237,368 m

fs = 0.09 m

Maßstabsfaktor: 0.999613

Kleinpunktberechnung siehe S. 10

Neupunktkoordinaten

| Pktnr. | у      | Х      |
|--------|--------|--------|
| 1      | 331,72 | 170,43 |
| 2      | 295,10 | 136,63 |
| 3      | 185,61 | 231,82 |
| 4      | 270,29 | 194,40 |

Flächenberechnung aus Koordinaten siehe S. 21  $F = 3.459 \text{ m}^2$ 

Fläche aus Feldmaßen

5,11 · 8,60

74,62 · 9,53

15,45 · 5,73

5,07 · 5,09 19,91 · 8,89

66,26 · 8,61

3,94 · 0,01

 $2F = 1616,95 \text{ m}^2$ 808,5 m<sup>2</sup>

- 2. Fläche aus Koordinaten
- Koordinaten aus Kleina) punktberechnung siehe Skriptum S. 10

| Oktipiani G. 10 |         |         |
|-----------------|---------|---------|
| Pktnr.          | у       | Х       |
| 10              | 7927,87 | 8683,16 |
| 11              | 7926,33 | 8688,13 |
| 12              | 7889,30 | 8752,90 |
| 13              | 7887,02 | 8769,22 |
| 14              | 7893,91 | 8767,16 |
| 15              | 7902,20 | 8749,03 |
| 16              | 7934,47 | 8691,17 |

b) Koordinaten Fläche aus siehe S. 21  $F = 807,9 \text{ m}^2$ 

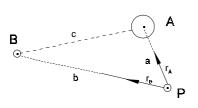
| Pktnr. | у       | х       |
|--------|---------|---------|
| 3      | 7955,73 | 8641,50 |
| 4      | 7871.41 | 8798.24 |

3. 7,20 kontrolliert 5,09; 140,01 und 145,08

19,98 120,10 und 140,01 5,22

49,90 und 55,01

Zur Wurfweitenbestimmung bei einem Sportfest wird ein elektronischer Tachymeter eingesetzt. Vom Instrumentenstandpunkt P aus werden zu Beginn der Veranstaltung die Horizontalstrecke a und die Richtung r<sub>A</sub> zum Mittelpunkt A des Wurfkreises und nach den einzelnen Wurfversuchen jeweils die Horizontalstrecke b und die Richtung r<sub>B</sub> zum Einschlagpunkt B bestimmt. Der Radius r<sub>W</sub> des Wurfkreises beträgt 1,067 m.



Berechnen Sie a) aus den folgenden Meßdaten die Weite c = A-B eines Hammerwurfversuches:

a = 10,254 m;

 $r_A = 107,177 \text{ gon}$  $b = 83,138 \,\mathrm{m}$ ;

 $r_B = 35,145 \text{ gon}$ 

- Berechnen Sie die Standardabweichung der Strecke c, wenn für die Genauigkeit der Strecken a und b die Standardabweichung  $\sigma_a$  =  $\sigma_b$  =  $\pm$  10 mm und für die Richtungen r<sub>A</sub> und r<sub>B</sub> die Standardabweichung angesetzt wird zu  $\sigma_{rA} = \sigma_{rB} = \pm 2$  mgon.
- Geben Sie die Standardabweichung der Strecke can, wenn zusätzlich zu den durch die Messungen bedingten Ungenauigkeiten für die Lagedefinition des Einschlagpunktes B die Standardabweichung  $\sigma_B = \pm 1,5$  cm angenommen wird.

- a)  $c = \sqrt{a^2 + b^2 2ab \cdot \cos(r_B r_A)} r_W$ = 79,321 m - 1,067 m = 78,254 m
- $dc = \frac{2a 2b \cdot \cos(r_B r_A)}{2c} \cdot da$  $2b-2a\cdot \frac{\cos(r_B-r_A)}{\cos(r_B-r_A)}\cdot db$  $\frac{2ab \cdot sin\!\!\left(r_{\!B} - r_{\!A}\right)}{2c} \cdot dr_{\!b}$  $\frac{-2ab \cdot sin(r_B - r_A)}{2c}$

$$\sigma_c^2 = (")^2 \cdot \sigma_a^2 + (")^2 \cdot \sigma_b^2 + (")^2 \cdot \frac{\sigma_{ra}^2}{\rho^2} + (")^2 \cdot \frac{\sigma_{ra}^2}{\rho^2}$$
$$= 0,000109 \text{ m}^2$$

 $\sigma_c = \pm 0.01 \text{ m}$ 

c) 
$$c = c_1 + c_2$$
  $c_2 = 0$   
 $\sigma_{c1} = \pm 0.01$   $\sigma_{c2} = \pm 0.015$   
 $dc = d_{c1} + d_{c2}$   
 $\sigma_{c}^2 = \sigma_{c1}^2 + \sigma_{c2}^2 = 0.000325$   
 $\sigma_{c} = \pm 0.018 \text{ m}$ 

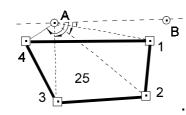
++++++++++++++

Von dem Festpunkt A aus wurden mit Richtungsanschluß an den Festpunkt B die Grenzpunkte 1 bis 4 des Grundstücks 25 polar aufgemessen.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks 25.

Meßwerte:

| Std  | Ziel | Richtung | Strecke |
|------|------|----------|---------|
| pkt. | pkt. | [gon]    | [ m ]   |
| Α    | В    | 15,243   |         |
|      | 1    | 29,917   | 54,23   |
|      | 2    | 60,984   | 59,07   |
|      | 3    | 108,995  | 42,32   |
|      | 4    | 167,189  | 14,36   |



- aus Koordinaten (örtlich) a)
- aus Feldmaßen

$$F_{\Box 1234} = F_{\Delta A12} + F_{\Delta A23} + F_{\Delta A34} - F_{\Delta A14}$$

$$F_{\Delta A12} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A1} \cdot \overline{A2} \cdot \sin(31,067) = 750,96$$

$$+ F_{\Delta A23} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A2} \cdot \overline{A3} \cdot \sin(48,011) = 855,79$$

$$+ F_{\Delta A34} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A3} \cdot \overline{A4} \cdot \sin(58,194) = 240,66$$

$$- F_{\Delta A14} = \frac{1}{2} \cdot \overline{A1} \cdot \overline{A4} \cdot \sin(137,272) = 324,52$$

$$= 1523 \text{ m}^2$$

 $F = 1.523 \text{ m}^2$ 

Bei der Überprüfung eines Nivelliers durch Nivellement aus der Mitte ergaben sich folgende Meßwerte:

| Stand- | Zielpunkt | Zielweite | R     | V     |
|--------|-----------|-----------|-------|-------|
| punkt  |           | [ m ]     | [ m ] | [ m ] |
| 1      | Latte 1   | 30        | 2,426 |       |
|        | Latte 2   | 30        |       | 2,679 |
|        |           |           |       |       |
| 2      | Latte 1   | 3,6       | 1,697 |       |
|        | Latte 2   | 63,6      |       | 1,960 |

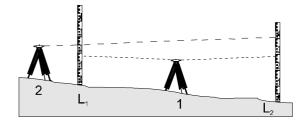
- a) Zielachse muß horizontal sein!
- b) fehlerfreier Höhenunterschied ΔH  $\Delta H = R_1 - V_1 = 2,426 - 2,679 = -0,253 \text{ m}$ Sollablesung V<sub>2</sub>  $V_2 = R_2 - \Delta H = 1,697 - (-0,253) = 1,950 \text{ m}$

Istablesung V<sub>2</sub>: 1,960 m  

$$\alpha = \frac{b \cdot \rho}{R} = \frac{0,01 \cdot 63,7}{60} \approx +0,01 \text{ gon}$$

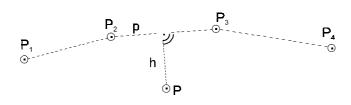
- a) Welche Achsbedingungen am Nivellierinstrument werden durch dieses Meßverfahren überprüft?
- Um welchen Winkel  $\alpha$  weicht die Ziellinie aus der Horizontalen ab (Vorzeichen: + bei ansteigender, - bei fallender Ziellinie)?
- c) Um welchen Betrag dürfen die Zielweiten zwischen Vorund Rückblick differieren, damit die durch die Dejustierung verursachte (systematische) Höhenabweichung einen Betrag von 0,2 mm je Standpunkt nicht übersteigt?
- Wie kann eine Justierung des Instruments vorgenommen werden?

- c) 1 cm pro 60 m  $\Rightarrow$  0,2 mm pro 1,2 m ⇒ Maximale Zielweitendifferenz = 1,2 m
- d) Fadenkreuz in Standpunkt 2 mit Justierstift auf 1,950 m an Latte 2 einstellen.



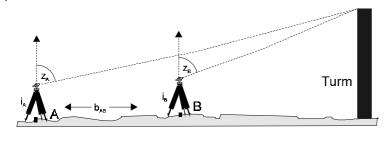
Berechnen Sie die orthogonalen Absteckmaße p und h des Punktes P auf dem Streckenzug P1...P4

| Pkt. | Y          | X          |
|------|------------|------------|
| P1   | 57663,84 m | 17852,11 m |
| P2   | 57684,75 m | 17820,45 m |
| P3   | 57692,82 m | 17813,66 m |
| P4   | 57731,52 m | 17790,04 m |
| Р    | 57688,55 m | 17814,37 m |

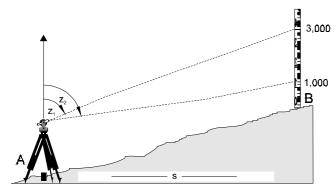


Bei einer trigonometrischen Turmhöhenbestimmung mit vertikalem Hilfsdreieck wurden folgende Messungen ausgeführt:

| Pkt. | Instrumen- | Zenit-     | b <sub>AB</sub> | NN-Höhe des  |
|------|------------|------------|-----------------|--------------|
|      | tenhöhe i  | winkel z   |                 | Bodenpunktes |
| Α    | 1,52 m     | 92,791 gon |                 | 99,56 m      |
|      |            |            | 72,954 m        |              |
| В    | 1,47 m     | 86,437 gon |                 | 101,43 m     |



Mit einem Theodoliten in A wurden folgende Zenitwinkel zu einer Nivellierlatte in B mit den Ablesestellen 1,00 m und 3,00 m gemessen.



 $z_1 = 60,234 \pm 0,005 \text{ gon}$   $z_2 = 60,979 \pm 0,005 \text{ gon}$  $I = 2,000 \pm 0,002 \text{ m}$ 

Berechnen Sie s und  $\sigma_s$  .

1) 
$$s_{P2-P3} = c = 10,5465 \text{ m}$$
  
 $s_{P2-P} = a = 7,1698 \text{ m}$   
 $s_{P3-P} = b = 4,3286 \text{ m}$ 

Höhe- und Höhenfußpunkt:

$$p = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c} = 6,822 \text{ m}; \quad h = \sqrt{a^2 - p^2} = 2,206 \text{ m}$$

2) Koordinatentransformation:

| Nr. | Υ'       | Χ,       | Υ       | Χ      |
|-----|----------|----------|---------|--------|
| P2  | 57684,75 | 17820,45 | 0,00    | 0,00   |
| P3  | 57692,82 | 17813,66 | 10,5465 | 0,00   |
| Р   | 57688,55 | 17814,37 | 6,822   | -2,206 |

3) Umrechnung polar in orthogonal

$$s_{P2-P} = 7,1698 \text{ m}$$
 $\alpha_{P3-P2-P} = t_{P2-P} - t_{P2-P3} \Rightarrow 164,4384 \text{ gon}$ 
 $- 144,5298 \text{ gon}$ 
 $\alpha = 19,9086 \text{ gon}$ 

h = s 
$$\cdot$$
 sin  $\alpha$  = 2,206 m  
p = s  $\cdot$  cos  $\alpha$  = 6,822 m

$$H_{TA} = H_A + i_A + (c + b) \cdot \cot z_A$$
 $H_{TB} = H_B + i_B + c \cdot \cot z_B$ 
 $\Rightarrow H_A + i_A + (c + b) \cdot \cot z_A = H_B + i_B + c \cdot \cot z_B$ 

c = Strecke zwischen B und Turm

$$\Rightarrow c = \frac{H_B + i_B - H_A - i_A - b \cdot \cot z_A}{\cot z_A - \cot z_B} = 63,123 \text{ m}$$

$$\Rightarrow$$
 H<sub>TA</sub> = 116,555 m  
 $\Rightarrow$  H<sub>TB</sub> = 116,555 m

$$\frac{x}{s} = \cot z_2; \qquad \frac{x+1}{s} = \cot z_1$$

$$x = s \cdot \cot z_2; \qquad x+1 = s \cdot \cot z_1$$

$$s = \frac{1}{\cot z_1 - \cot z_2} = 113,399 \text{ m}$$

$$ds = \frac{s}{l} \cdot dl + \frac{l}{\sin^2 z_1 \cdot \left(\cot z_1 - \cot z_2\right)^2} \cdot \frac{dz_1}{\rho} + \frac{-l}{\sin^2 z_2 \cdot \left(\cot z_1 - \cot z_2\right)^2} \cdot \frac{dz_2}{\rho}$$

$$\sigma_s = \pm 1,08 \text{ m}$$

Fazit: Das Verfahren ist zwar geometrisch eindeutig, aber sehr ungenau.

Gegeben: Anfangs- und Endpunkt A bzw. E einer Messungslinie, darauf aufgewinkelt Punkt H, sowie die Gauß-Krüger-Koordinaten von A, E und Punkt K.

Gesucht: Die Gauß-Krüger-Koordinaten des seitwärts gelegenen Punktes H sowie für eine spätere Baumaßnahme der Abstand S<sub>HK</sub>, der örtlich z.Zt. nicht meßbar ist.

|      | 0: til 0: 1 = 1 = til 0: 1 til 0: 1 til 0: 1 til |          |                        |                        |  |  |  |
|------|--|----------|------------------------|------------------------|--|--|--|
| Pkt. | Abszisse   | Ordinate | Rechtswert             | Hochwert               |  |  |  |
| Α    | 0,00   | 0,00     | <sup>25</sup> 35135,67 | <sup>56</sup> 33689,32 |  |  |  |
| Е    | 107,00   | 0,00     | <sup>25</sup> 35184,46 | <sup>56</sup> 33784,66 |  |  |  |
| Н    | 80,45  | - 68,90  |                        |                        |  |  |  |
| K    |  |          | <sup>25</sup> 35116,93 | <sup>56</sup> 33800,43 |  |  |  |

| Pkt. | Y                       | Х                      |
|------|-------------------------|------------------------|
| Η    | <sup>25</sup> 35110,962 | <sup>56</sup> 33792,42 |

(Siehe Skript S. 11 Kleinpunktberechnung)

 $S_{HK} = 9,989 \text{ m}$ 

Berechnen Sie aus den unten angegebenen Nivellementsdaten

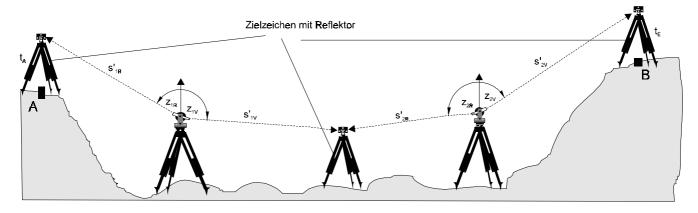
- die Höhe des Punktes B, a)
- die Genauigkeit der Höhe des Punktes B und b)
- die mittlere Kilometerabweichung für das Doppelnivellement! c)

| Pkt. | Rückwärts | Vorwärts | Höhe   | Strecke |
|------|-----------|----------|--------|---------|
| Nr.  | m         | m        | m      |         |
| Α    | 2,410     |          | 56,241 |         |
| 2    | 1,563     | 3,247    |        | 60 m    |
| 3    | 1,804     | 2,479    |        | 120 m   |
| 4    | 0,672     | 2,735    |        | 180 m   |
| В    |           | 1,492    |        | 240 m   |
|      |           |          |        |         |
| В    | 3,240     |          |        |         |
| 2 '  | 2,491     | 2,388    |        |         |
| 3 '  | 2,739     | 1,558    |        |         |
| 4 '  | 1,888     | 1,883    |        |         |
| Α    |           | 1,021    |        |         |

a) 
$$H_B = 52,735 \text{ m}$$
  
=  $56,241 - \left(\frac{3,504 + 3,508}{2}\right)$ 

b) 
$$H_B = H_A + \Delta H$$
  $dH_B = d \Delta H$   $\sigma_{HB} = \sigma_{\Delta H}$  
$$\sigma_{\Delta H} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{2 \cdot 2n}} = \sqrt{\frac{4^2}{2 \cdot 2}} = \pm 2,0 \text{ mm}$$

c) 
$$\sigma_{km} = \sqrt{\frac{1}{4n} \cdot \left[\frac{dd}{s}\right]} = \pm 4.1 \text{ mm / km}$$



++++++++++++++

a) Berechnen Sie aus den unten angegebenen Meßwerten eines trigonometrischen Nivellements die Höhe HE!

- b) Wie genau wird die Punkthöhe H<sub>E</sub> ermittelt, wenn
  - - 1. die Standardabweichung des Zenitwinkels mit  $\pm$  1,5 mgon,
    - 2. die Standardabweichung der Schrägstrecken mit ± 0,1 m,
    - 3. die Standardabweichung der Zielhöhe  $t_A$  gleich der von  $t_E$  mit jeweils  $\pm$  0,01 m und
    - 4. HA fehlerfrei anzusetzen ist?

a) 
$$H_E$$
 = 164,077 m  
b)  $H_E$  =  $H_A$  -  $s'_{1R} \cdot \cos z_{1R}$   
+  $s'_{1V} \cdot \cos z_{1V}$  -  $s'_{2R} \cdot \cos z_{2R}$   
+  $s'_{2V} \cdot \cos z_{2V}$  +  $t_A$  -  $t_E$ 

$$\begin{array}{lll} \Rightarrow & {\sigma_{HE}}^2 & = & {\sigma_{tA}}^2 \, + \, {\sigma_{tE}}^2 \, + \\ & & \sum_{i=1}^4 \! \left[ \left( s_i \cdot \sin z \cdot \frac{\sigma_{zi}}{\rho} \right)^{\! 2} + \left( \cos z_i \cdot \sigma_{si} \right)^2 \right] \\ \Rightarrow & {\sigma_{HE}} & = & \pm \, 0,07 \; m \end{array}$$

Bei ingenieurvermessungstechnischen Arbeiten sollten mit einem Nivelliergerät kleine Höhenunterschiede bestimmt werden. Um vorab zu wissen, mit welcher Genauigkeit ein solcher Höhenunterschied ermittelt werden kann, wurden Test-

messungen gemacht

| messungen gemacht. |           |      |       |  |  |
|--------------------|-----------|------|-------|--|--|
| Ablesungen a       | Lattenab- |      |       |  |  |
| Mikrometersc       | hraube    | lesu | ngen  |  |  |
| [mm]               |           | [m   | ım]   |  |  |
| oben               | unten     | oben | unten |  |  |
| 24,4               | 24,4 18,5 |      |       |  |  |
| 16,3               | 16,3 8,2  |      |       |  |  |
| 7,7                | 7,7 3,1   |      |       |  |  |
| 21,9               | 21,9 15,3 |      |       |  |  |
| 14,0               | 1847      | 1840 |       |  |  |
| 7,6                |           |      |       |  |  |

Eine Nivellierlatte wurde mehrfach mit einer Mikrometerschraube um genau meßbare Beträge vertikal verschoben. Mit dem Mittelfaden im Zielfernrohr erfolgten die entsprechenden Ablesungen an der Latte.

Ermitteln Sie die Standardabweichung oh einer Höhendifferenz aus den Wertepaaren.

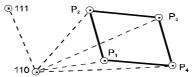
+++++++++++++

| ∆h Mikro- | Δh   | 3     | $\epsilon^2$ |
|-----------|------|-------|--------------|
| meter     | Niv. |       |              |
| 5,9 mm    | 6 mm | - 0,1 | 1            |
| 8,1       | 9    | - 0,9 | 81           |
| 4,6       | 4    | 0,6   | 36           |
| 6,6       | 6    | 0,6   | 36           |
| 6,2       | 7    | - 0,8 | 64           |
| 5,6       | 5    | 0,6   | 36           |
|           |      | Σ -2. | 054          |

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{\sum \epsilon^2}{n}} = \sqrt{\frac{254}{6}} = \pm 0,65 \text{ mm}$$

Berechnen Sie die Fläche des Baugrundstückes mit den Eckpunkten P1 - P4, das mit einem Elektronischen Tachymeter Elta4 folgendermaßen aufgemessen wurde:

| Pkt. | Y          | X          |
|------|------------|------------|
| 110  | 2578944,32 | 5632014,86 |
| 111  | 2565421,78 | 5641007,33 |



# Winkelbuch

| Std  | Ziel-          | I       | П       | I red. | II red. | Mittel | S       |
|------|----------------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|
| Pkt. | Pkt.           |         |         |        |         |        |         |
| 110  | 111            | 87,023  | 287,026 |        |         |        |         |
|      | P <sub>2</sub> | 167,543 | 367,544 |        |         |        | 78,385  |
|      | P <sub>3</sub> | 182,447 | 382,447 |        |         |        | 113,784 |
|      | P <sub>1</sub> | 184,286 | 384,288 |        |         |        | 68,432  |
|      | P <sub>4</sub> | 203,406 | 3,407   |        |         |        | 85,422  |
|      |                |         |         |        |         |        |         |
| 110  | 111            | 184,506 | 384,508 |        |         |        |         |
|      | P <sub>2</sub> | 265,028 | 65,029  |        |         |        |         |
|      | $P_3$          | 279,927 | 79,930  |        |         |        |         |
|      | P <sub>1</sub> | 281,777 | 81,782  |        |         |        |         |
|      | $P_4$          | 300,884 | 100,886 |        |         |        |         |

+++++++++++++++

Eine Strecke an einem Brückenbauwerk von rd. 90 m Länge muß zwecks Deformationskontrolle mit einer Genauigkeit besser ± 5 mm bestimmt werden.

Ein elektronischer Distanzmesser der Genauigkeit (5 mm + 5 ppm ) und eine 2-m-Basislatte (2 m ± 0,1 mm) mit Theodolit (± 0,3 mgon Genauigkeit zur Bestimmung eines parallaktischen Winkels) stehen zur Auswahl.

- Welche Meßmethode sollte angewandt werden (verbale Begründung auf der Grundlage eines Vergleiches der Relation zwischen Meßdistanz und Genauigkeit!)?
- b) Wie kann man die geforderte Genauigkeit mit vertretbarem Aufwand erreichen (rechnerischer Nachweis)?

# Auswertung Winkelbuch:

| Std  | Ziel-          | Mittel aus        |  |  |
|------|----------------|-------------------|--|--|
| Pkt. | Pkt.           | allen Beobachtgn. |  |  |
| 110  | 111            | 0 gon             |  |  |
|      | $P_2$          | 80,520 "          |  |  |
|      | $P_3$          | 95,422 "          |  |  |
|      | P <sub>1</sub> | 97,268 "          |  |  |
|      | $P_4$          | 116,380 "         |  |  |
|      |                |                   |  |  |

Verprobung:

827 + 847 = 1674

360 + 315 = 675

#### Koordinaten:

| Pkt.           | Y         | Х         |  |  |  |
|----------------|-----------|-----------|--|--|--|
| P <sub>1</sub> | 78979,734 | 32073,416 |  |  |  |
| $P_2$          | 78966,047 | 32090,174 |  |  |  |
| P <sub>3</sub> | 79000,356 | 32113,889 |  |  |  |
| $P_4$          | 79008,165 | 32071,612 |  |  |  |

Fläche:  $F = 1043.7 \text{ m}^2$ 

a) EDM-Gerät fällt aus wegen

 $\sigma_{EDM} = \pm (5mm + 5 ppm \cdot 90 m)$ 

 $= \pm 5,45 \text{ mm}$ 

 $\Rightarrow \sigma_s > \pm 5 \text{ mm}!$ 

Keine Genauigkeitssteigerung durch Unterteilung oder Mehrfachmessung möglich

 $\sigma_{\text{Basisl.}}$  auch größer, aber Genauigkeitssteigerung durch Unterteilung, weil obasisl. mit dem Quadrat der Entfernung wächst!

b) Näherungsgleichung Basislatte

$$\frac{b}{s} = \frac{\alpha}{\rho} \implies s = \frac{b \cdot \rho}{\alpha}$$

$$\Rightarrow$$
 ds =  $\frac{\rho}{\alpha}$  · db +  $\frac{s}{\alpha}$  · d $\alpha$ 

s = 90 m  $\sigma_{90} = \pm 0,019 \text{ m}$ s = 45 m  $\sigma_{45} = \pm 0,0053 \text{ m}$ 

 $\Rightarrow$   $\sigma_{90} = \sigma_{45} \cdot \sqrt{2} = \pm 0,0075 \text{ m}$ 

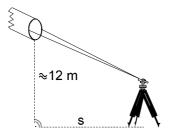
s = 30 m  $\sigma_{30} = \pm 0,0026 \text{ m}$ 

 $\Rightarrow \sigma_{90} = \sigma_{30} \cdot \sqrt{3} = \pm 0,0045 \,\mathrm{m}$ 

⇒ Messung mit Basislatte und Unterteilung der Strecke in 3 30-m-Abschnitte. Messung in Zwangszentrierung!

Der Durchmesser d eines Rohrendes, das in ca. 12 m Höhe über dem Boden einer Maschinenhalle aus der Wand ragt, soll im Zuge von Umbauarbeiten mit einem Ingenieurtheodoliten auf besser  $\pm$  1mm bestimmt werden.

Der Theodolit mit einer Richtungsmeßgenauigkeit von  $\sigma_{\text{horizontal}} = \pm 1$  mgon bzw.  $\sigma_{\text{vertikal}} = \pm 2$  mgon wurde in der Vertikalebene senkrecht zum Rohrdurchmesser



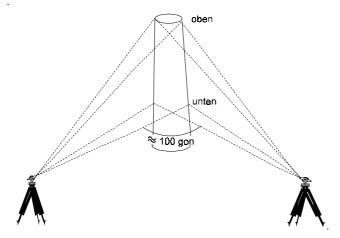
von d ≈ 80 cm im Horizontalabstand von s=63,70 m vom Rohrende aufgestellt.

- a) Welche Bestimmungsstücke müssen gemessen werden?
- b) Wieviele Meßoperationen muß man durchführen, damit die geforderte Genauigkeit von  $\sigma_d \leq \pm 1$  mm erreicht wird ?

++++++++++++

Ein Schornstein von 120 m Höhe war bezüglich seiner Vertikalstellung zu überprüfen. Allgemein läßt sich eine Vertikale einfach durch die Anzielung oben bzw. unten in zwei etwa zueinander senkrechten Ebenen verifizieren (s. Skizze).

Hier wurden mit einem Theodolit, der beide Male ca. 180 m vom Schornstein entfernt aufgestellt war, der obere Rand links und rechts angezielt und ebenfalls zwei Zielungen links und rechts in einer Höhe von 40 m über Grund vorgenommen.



| Std<br>Pkt. | Zielpunkt    | I       | II      | I red. | II red. | Satz-<br>mittel |
|-------------|--------------|---------|---------|--------|---------|-----------------|
| I           | oben links   | 187,896 | 387,905 |        |         |                 |
|             | oben rechts  | 188,330 | 388,343 |        |         |                 |
|             | unten links  | 187,755 | 387,764 |        |         |                 |
|             | unten rechts | 188,462 | 388,471 |        |         |                 |
|             |              |         |         |        |         |                 |
| П           | oben links   | 72,664  | 272,678 |        |         |                 |
|             | oben rechts  | 73,088  | 273,090 |        |         |                 |
|             | unten links  | 72,452  | 272,460 |        |         |                 |
|             | unten rechts | 73,159  | 273,171 |        |         |                 |

- a) Steht der Schornstein schief in Bezug auf die Ebenen ? Wie groß ist die maximale Abweichung in cm (bezogen auf die Gesamthöhe von 120 m) ?
- b) Wie genau wurde die Vertikalstellung überprüft, wenn man von einer Richtungsabweichung von  $\pm 2$  mgon ausgeht ?
- c) Wie verbessert sich die Genauigkeit, wenn man die Messung wiederholt und mit den entsprechenden Mittelwerten rechnet ?
- d) Was ist bei der Messung mit dem Theodoliten hier ganz besonders zu beachten?

 a) Horizontalwinkel α zwischen linkem und rechtem Rand des Rohres.

b) 
$$d = \frac{s \cdot \alpha}{\rho}$$
  $\alpha = r_2 - r_1$   $d\alpha = dr_2 - dr_1$   $dd = \frac{s}{\rho} \cdot d\alpha$   $\sigma_{\alpha} = \pm 1,4$  mgon  $\sigma_{d} = \pm 1,4$  mm

Bei Mehrfachmessung errechnet sich die Standardabweichung aus

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
  $\Rightarrow$   $n = \frac{1,4^2}{1^2} = 2$ 

### a) Auswertung des Winkelbuchs

| Std  | Zielpunkt    | Satzmittel |     |
|------|--------------|------------|-----|
| Pkt. |              |            |     |
| I    | oben links   | 0          | gon |
|      | oben rechts  | 0,436      | "   |
|      | unten links  | 399,859    | "   |
|      | unten rechts | 0,566      | íí. |
|      |              |            |     |
| II   | oben links   | 0          | "   |
|      | oben rechts  | 0,418      | "   |
|      | unten links  | 399,785    | "   |
|      | unten rechts | 0,494      | "   |

Richtung I oben Mitte = 0,218 gon " I unten Mitte = 0,2125 "  $\Delta \alpha$  = 0,0055 "  $\Delta \alpha = 0,0055$  "  $\Delta \alpha = 0,0055$  = 1,55 cm

Extrapolation auf die volle Länge  $x_1 = 1,55 \cdot \frac{120}{80} = 2,32 \text{ cm}$ 

Richtung II oben Mitte = 0,209 gon
"II unten Mitte = 0,1395"  $\Delta\alpha = 0,0695$ "  $\Rightarrow \text{Schiefstellung} = 180 \cdot \frac{0,0695}{63,6620} = 19,65 \text{ cm}$ 

Extrapolation auf die volle Länge  $x_2 = 19,65 \cdot \frac{120}{80} = 29,48 \text{ cm}$ 

⇒ Maximale Schiefstellung  

$$x = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = 29,57 \text{ cm}$$

b) s = 
$$180 \cdot \frac{r_0 - r_u}{\rho}$$
  
 $\Rightarrow$  ds =  $\frac{180}{\rho} \cdot (dr_o - dr_u) \Rightarrow \sigma_s = \pm 8 \text{ mm}$ 

c) 
$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\pm 8 \text{ mm}}{\sqrt{2}} = \pm 5.6 \text{ mm}$$

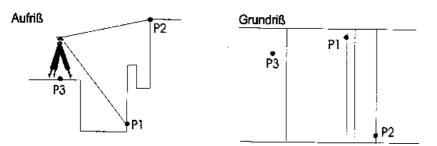
d) Wegen der steilen Zielungen sehr sorgfältig horizontieren! ++++++++++++++

+++++++++++++



- a) Welchen Einfluß hat eine Neigung der Nivellierlatte nach vorne oder hinten auf die Ablesung?
- b) Um welche Art von Abweichung handelt es sich in diesem Fall bezüglich der nivellitischen Höhenbestimmung?
- c) Wie groß ist der Einfluß der Lattenschiefe, wenn bei einem Nivellement mit 8 Instrumentenstandpunkten und einer Höhendifferenz von 16 Metern einer der beiden Lattenrichter um 1gon dejustiert ist (gleichmäßig geneigtes Gelände und den üblichen stetigen Lattenwechsel angenommen)?
- d) Wie kann man den Justierzustand des Lattenrichters auf einfache Art prüfen?

Bei einem Bauwerk ist der Höhenunterschied zwischen den zwei Punkten P1 und P2 zu bestimmen. Es bietet sich eine trigonometrische Vorgehensweise an:



Mit dem elektronischen Tachymeter in P3 werden die Zenitwinkel und die Schrägstrecken zu den Punkten P1 und P2 bestimmt.

| von | nach | Zenitwinkel z | Schrägstrecke s' |
|-----|------|---------------|------------------|
|     |      | gon           | m                |
| P3  | P1   | 133.66        | 93.05            |
| P3  | P2   | 88.55         | 114.25           |

- a) Wie groß ist der Höhenunterschied?
- b) Mit welcher Genauigkeit wird er bestimmt, wenn die Winkel mit einer Standardabweichung von 20 mgon und die Strecken 10 mm genau gemessen sind?

Zur Absteckung eines Gebäudes sind die Gauß-Krüger-Koordinaten der Gebäudeeckpunkte 101 – 106 berechnet worden, welche die Tabelle enthält. Vor Ort wurden die beiden Grenzmarken 200 und 201 aufgefunden, deren Koordinaten ebenfalls in der Tabelle aufgeführt sind.

| Pktnr             | Rechtsw. Y                    | Hochw. X                      | Richtung | Strecke |                                   |
|-------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------|---------|-----------------------------------|
| 200<br>101<br>102 | 843.346<br>846.905            | 618.127<br>612.450            | 0.0000   |         | 101 102<br>200 103 104<br>201 201 |
| 103<br>104<br>105 | 842.330<br>843.392<br>834.450 | 609.582<br>607.887<br>612.550 |          |         | 37.845 m 34.080 m                 |
| 106<br>200        | 839.071                       | 605.179                       | *,       |         | 2 <b>0</b> 2                      |
| 201               | 860.850                       | 610.030                       |          |         |                                   |

Man hat sich mit der Totalstation auf dem Punkt 202 aufgestellt, da das Gelände von dort gut eingesehen werden kann, und die beiden Horizontalstrecken zu den Grenzmarkierungen 200 und 201 gemessen(siehe Skizze).

Berechnen Sie die **Absteck**maße für das Gebäude von Punkt 202 aus mit Anschlußrichtung nach Punkt 200.

- a) Die Ablesung wird immer zu groß!
- b) systematischer Fehler.
- c) 8 Aufstellungen a 2 m  $\Delta h$  ergeben bei Rückwärtsablesung in Höhe 1 m und Vorwärtsablesung in Höhe 3 m einen Fehler von

$$F = 4(0,12) - 4(0,37) = -1.0 \text{ mm}$$

Bei anderen Ablesehöhen ergibt sich die gleiche Fehlersumme.

d) Durch Anhalten an einer senkrechten Kante oder an einem Fluchtstab, der mit einem Schnurlot überprüft wurde.

$$\Delta h = s_1' \cdot \cos z_1 + s_2' \cdot \cos z_2 = 67,376 \text{ m}$$

Nach dem Varianzfortpflanzungsgesetz ergibt sich die Standardabweichung des Höhenunterschiedes zu :

$$\sigma_{\Delta h}$$
 = ± 4,4 cm

Bei dieser Größe der Standardabweichung kann der Einfluß von Erdkrümmung und Refraktion vernachlässigt werden.

 $S_{200-201} = 41,000 \text{ m}$ 

Die Koordinaten des Standpunktes 202 ergeben sich über Höhe und Höhenfußpunkt im Dreieck mit Kleinpunktberechnung (Orthogonalaufnahme) zu :

 $Y_{202} = 840,12 \text{ m}$  :  $X_{202} = 582,98 \text{ m}$ 

Mit der Theißen-Formel können dann die Richtungswinkel von 202 zu allen anderen Punkten berechnet werden, was mit den nach Pythagoras berechneten Strecken zu folgenden Absteckungsmaßen führt:

| Pktnr. | Hz[gon] | s[m]   |
|--------|---------|--------|
| 200    | 0,000   |        |
| 101    | 41,175  | 35,295 |
| 102    | 49,754  | 30,241 |
| 103    | 40,624  | 26,694 |
| 104    | 43,663  | 25,121 |
| 106    | 23,287  | 30,109 |
| 105    | 32,341  | 22,223 |

+++++++++++++

a) Werten Sie das Feldbuch der Zenitwinkelmessung vollständig aus.

b) Wie genau l\u00e4ßt sich die H\u00f6henindexabweichung vz aus den gemessenen Zenitwinkeln bestimmen?

| Pktnr | Pktnr | Lage I   | Lage II  |  |  |
|-------|-------|----------|----------|--|--|
|       |       |          |          |  |  |
| 1     | 2     | 66.2345  | 333.7405 |  |  |
|       | 2     | 66.2351  | 333.7402 |  |  |
|       | 2     | 66.2340  | 333.7430 |  |  |
|       |       |          |          |  |  |
| 1     | 3     | 125.4944 | 274.4816 |  |  |
|       | 3     | 125.4941 | 274.4815 |  |  |
|       | 3     | 125.4950 | 274.4815 |  |  |
|       |       |          |          |  |  |

 $z_1 = 66,2466 \pm 0,0006 \text{ gon}$ 

 $z_2 = 125,5065 \pm 0,0001$  gon

 $v_z = 0.0120 \pm 0.00016$  gon

Verprobung:

1871 + 723 = 2594



Bei einem Nivellement mit einer Weglänge von 2,1 km wurde wegen des ständig gleichmäßig ansteigenden Geländes gegen das Prinzip des "Nivellierens aus der Mitte" verstoßen. Alle Vorblickweiten betrugen 10m, alle Rückblickweiten 20m.

 $e = s^2/2R \Rightarrow e_{10} = 7.8 \ \mu m$  :  $e_{20} = 31.4 \ \mu m$ Fehler pro Standpunkt : 23 μm

a) Einfluß e der Erdkrümmung:

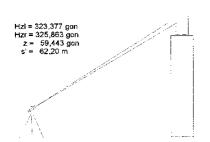
Fenier pro Standpunkt : 23 μm Systematischer Fehler ⇒

Gesamtfehler :  $70 \cdot 23 \mu m = 1,6 mm$ 

a) Wie groß ist der Fehler im Gesamthöhenunterschied, der durch die Erdkrümmung verursacht wird?

b) Wie genau wird der Gesamthöhenunterschied nach Elimination des Einflusses der Erdkrümmung, wenn nur die Ablesegenauigkeit in die Fehlerbetrachtung eingehen soll, die im Vorblick bei  $\pm$  0,1mm und im Rückblick bei  $\pm$  0,14mm liegt?

b)  $\Delta h = R_1 - V_1 + ... + R_{70} - V_{70}$   $d\Delta h = dR_1 - dV_1 + ... + dR_{70} - dV_{70}$  $\sigma_{\Delta h} = \pm 1,4 \text{ mm}$ 



Der Außendurchmesser d eines zylindrischen Kaminaufsatzes in unzugänglicher Höhe war zu bestimmen. Es wurde eine Totalstation mit berührungslos (ohne Reflektor) messendem Distanzmesser eingesetzt.

++++++++++++++

Folgende Meßwerte wurden ermittelt (Zahlenwerte in der Skizze):

a)  $R/(s + R) = \sin(0.5 \cdot (Hzr - Hzl))$ d = 2 · R ; s = s' · sin z

$$\Rightarrow$$
 d = 1,991 m

b)  $\sigma_d = \pm 0,0054 \text{ m}$ 

- Die Horizontalrichtungen Hzl und Hzr zum linken und rechten Rand des Aufsatzes
- 2) Die Schrägstrecke s' bei Horizontalrichtung Hzm = (Hzl + Hzr)/2
- 3) Der zur Schrägstrecke s' gehörige Zenitwinkel z.
- a) Welchen Außendurchmesser d hat der Kaminaufsatz?
- b) Mit welcher Genauigkeit wird der Außendurchmesser d bestimmt bei folgen-den Standardabweichungen der Beobachtungen:

$$\sigma_{HzI}$$
 =  $\pm$  5 mgon ;  $\sigma_{Hzr}$ =  $\pm$  5 mgon ;  $\sigma_{Z}$  =  $\pm$  10 mgon ;  $\sigma_{S^{'}}$  =  $\pm$  7 mm ?

Die Röhrenlibelle eines Theodoliten ist dejustiert.

- a) Wie kann der Beobachter die Dejustierung feststellen?
- b) Wie kann sich die Dejustierung auf die Messung von Horizon-
- c) talrichtungen und Zenitwinkeln auswirken, wenn nichts unternommen wird?
- d) Wie sorgt man für eine korrekte Messung trotz dejustierter Röhrenlibelle?
- e) Wie erfolgt die Justierung der Röhrenlibelle?

Beantwortung bitte kurz fassen!

- Eine in einer Richtung eingespielte Libelle ist nach Drehung des Theodoliten um 200 gon nicht mehr eingespielt.
- b) Hz-Richtungen bei steilen Visuren betroffen, Zenitwinkel wegen Höhenindexkompensator nicht beeinträchtigt.
- c) Gerätim Spielpunkt horizontieren, Spielpunkt 

   Drehen der eingespielten Libelle um 200 gon und Ausschlag mit den Fußschrauben um die Hälfte zurückdrehen.
- d) Libelle mit Justierschrauben vom Spielpunkt in den Normalpunkt = Mittelpunkt der Teilung bringen.

Von einem geplanten Kreisbogen mit der Länge 300 m und einem Kreisradius von 2000 m für eine Straßentrasse liegen Bogenanfangspunkt und Richtung der Tangente vor:

- a) Mit welchen Absteckungsverfahren k\u00f6nnen der Endpunkt und vier \u00fcber den Bogen gleich verteilte Zwischenpunkte abgesteckt werden? Berechnen Sie die Absteckma\u00dfe!
- b) Wie kann die Richtigkeit der Absteckung kontrolliert werden?

++++++++++++

Bei der Auswertung der Messungen eines Polygonzuges zur Überprüfung des örtlichen Festpunktfeldes eines großen Industriewerkes ergeben sich Probleme. Stellen Sie mit den unten angegebenen Koordinaten und Meßwerten fest, was schief gelaufen ist, und ermitteln Sie die richtigen Koordinaten der Polygonpunkte 201 – 204.

| Pktnr. | Rechtsw.Y | Hochw.X | Strecke   | (m)     | Winkel in | (gon)   |
|--------|-----------|---------|-----------|---------|-----------|---------|
|        |           |         | von       |         |           |         |
| 70     | 100,000   | 600,000 | 71 – 201  | 141,420 | 71        | 150,001 |
| 71     | 100,000   | 500,000 | 201 – 202 | 100,002 | 201       | 150,004 |
| 72     | 400,000   | 500,000 | 202 - 203 | 100,003 | 202       | 299,996 |
| 73     | 500,000   | 500,000 | 203 - 204 | 99,997  | 203       | 99,998  |
|        |           |         | 204 - 72  | 199,998 | 204       | 101,002 |
|        |           |         |           |         | 72        | 300,005 |
|        |           |         |           |         |           | ·       |

+++++++++++++

Werten Sie das Nivellementfeldbuch komplett aus. (Verprobung, Berechnung der Höhen aller Punkte mit Verteilung des Abschlußfehlers und Berechnung des mittleren Kilometerfehlers).

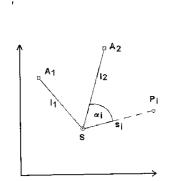
| Pktnr. | Rück(m) | Zwischen | Vor(m) | $\Delta H(m)$ | v(m) | H(m)    | s(m) |
|--------|---------|----------|--------|---------------|------|---------|------|
|        |         | (m)      |        |               |      |         |      |
| 1      | 3.133   |          |        |               |      | 97.255  |      |
| 10     | 3.772   |          | 1.455  |               |      |         | 60   |
| 11     |         | 2.021    |        |               |      |         |      |
| 12     | 3.429   |          | 1.776  |               |      |         | 30   |
| 13     |         | 2.643    |        |               |      |         |      |
| 14     | 3.176   |          | 1.564  |               |      |         | 60   |
| 15     |         |          | 1.418  |               |      | 104.564 | 30   |

+ + + + + + + + + + + + + + +

# Freie Stationierung

In einem Industriegebiet ist ein Bauwerk in der Örtlichkeit abzustecken, für dessen Eckpunkte  $P_1$  .... $P_4$  Sollkoordinaten häuslich festgelegt wurden. Die Tabelle enthält die Koordinaten der örtlichen Anschlußpunkte  $A_1$  und  $A_2$ . Zur Absteckung der Punkte  $P_i$  wurde vor Ort ein geeigneter Standpunkt S für das elektronische Tachymeter gewählt. Die beiden Strecken  $I_1$ ,  $I_2$  wurden bereits gemessen ( $I_1$ =18,37 m ;  $I_2$ =33,45 m).

- a) Berechnen Sie die polaren Absteckelemente  $\alpha_i$ ,  $s_i$  zur Übertragung der Punkte  $P_i$  in die Örtlichkeit, mit der Richtung zu  $A_2$  als "Nullrichtung".
- b) Wie läßt sich die Qualität der Absteckung auf einfache Weise kontrollieren (keine Rechnung erforderlich, nur kurz beschreiben).



| Re             | echtswerf<br>[ m ] | Hochwert |              |    |
|----------------|--------------------|----------|--------------|----|
| A <sub>1</sub> | 117,20             | 139,48   |              |    |
| A <sub>2</sub> | 135,12             | 160,54   | $\alpha_{i}$ | S, |
| P <sub>1</sub> | 157,13             | 40,17    |              |    |
| P <sub>2</sub> | 186,39             | 38,63    |              |    |
| P <sub>3</sub> | 185,67             | 17,99    | •            |    |
| P <sub>4</sub> | 156,44             | 20,02    |              |    |

a) polare (α,s) und orthogonale (y,x)
 Kreisbogenabsteckung

| b      | X            | у         | α         | S       |
|--------|--------------|-----------|-----------|---------|
| 60     | 59,992       | 0,900     | 0,9550    | 59,999  |
| 120    | 119,927      | 3,599     | 1,9099    | 119,981 |
| 180    | 179,758      | 8,095     | 2,8649    | 179,940 |
| 240    | 239,423      | 14,383    | 3,8198    | 239,855 |
| 300    | 298,876      | 22,458    | 4,7747    | 299,719 |
| b) pol | lare Abst. o | durch ort | hogonales | Nachmes |
| se     | n und umc    | rekehrt   |           |         |

Durch Berechnung eines offenen Polygonzuges von 71 nach 72 und von 72 nach 71 wird ein grober Winkelmeßfehler von 1 gon auf Punkt 204 festgestellt.

|   | Pktnr      | Υ                  | Х  |
|---|------------|--------------------|--|
| 202     300,000     399,999       203     299,999     299,999 | 202<br>203 | 300,000<br>299,999 | 400,002<br>399,996<br>299,995<br>299,998 |

L = 0.002 m : Q = -0.012 m : W = -0.006 m

Probe :  $\Sigma R - \Sigma V = \Sigma \Delta h$  $\Rightarrow$  13,510 - 6,213 = 7,297  $\sqrt{\phantom{0}}$ 

| Punktnummer | Höhe      |
|-------------|-----------|
| 10          | 98,937 m  |
| 11          | 100,688 m |
| 12          | 100,935 m |
| 13          | 101,721 m |
| 14          | 102 804 m |

Abschlußfehler v = 12 mm Mittl. Kilometerfehler = ± 28.3 mm

Berechnung der Kordinaten des Punktes S über Bogenschlag oder Kleinpunktberechnung von  $A_1$  nach  $A_2$  nach Ermittlung von Höhe und Höhenfußpunkt im Dreieck , dessen 3 Seiten bekannt sind.

$$\Rightarrow$$
 Y<sub>S</sub> = 130,992 m ; X<sub>S</sub> = 127,346 m

Als polare Absteckelemente ergeben sich:

| lz [gon] | s [m]   |
|----------|---|
| 0,000    |   |
| 73,5783  | 91,0099   |
| 56,5871  | 104,5917  |
| 32,6064  | 122,2635  |
| 77,3020  | 110,3015  |
|          | 0,000<br>73,5783<br>56,5871<br>62,6064<br>77,3020 |

Von dem erhöht liegendem Punkt 200 wurde mit Anschlußpunkt 201 ein Geländetrichter (Punkte 1-7) tachymetrisch aufgemessen (Instrumentenhöhe 1.50m).

- a) Berechnen Sie mit den gegebenen Werten die dreidimensionalen Koordinaten der Punkte 1 7.
- b) Kartieren Sie die Punkte im Maßstab 1 : 1000 frei Hand in ein Gitter und skizzieren Sie die Höhenlinien (volle Meter).

c)

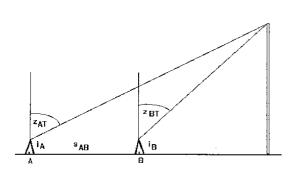
|   | Nr. | Y(m)   | X(m)   | H(m)   | Hz     | Z      | 0     | u     |
|---|-----|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
| ĺ | 200 | 335,07 | 737,11 | 131,74 |        |        |       |       |
|   | 201 | 446,20 | 722,89 |        | 0,00   |        |       |       |
|   | 1   |        |        |        | 368,51 | 109,40 | 1,958 | 1,041 |
|   | 2   |        |        |        | 355,48 | 106,69 | 2,216 | 0,784 |
|   | 3   |        |        |        | 335,17 | 105,04 | 2,340 | 0,660 |
|   | 4   |        |        |        | 309,45 | 105,03 | 2,207 | 0,793 |
|   | 5   |        |        |        | 294,26 | 105,97 | 1,982 | 1,018 |
|   | 6   |        |        |        | 316,48 | 113,12 | 1,785 | 1,215 |
|   | 7   |        |        |        | 329,47 | 110,65 | 2,035 | 0,965 |

 $\begin{array}{l} t_0 = t_{\ 200\text{-}201} = 108,102 \ gon \\ t_i = t_0 + Hz_i - Hz_0 \\ s_i = 100 \cdot (o\text{-}u) \cdot sin^2z \\ \Delta Z_i = 100 \cdot (o\text{-}u) \cdot sin \ z \cdot cos \ z + (i\text{-}m) \\ m = (o\text{+}u)/2 \\ \Delta Y_i = s_i \sin t_i \\ \Delta X_i = s_i \cos t_i \end{array}$ 

| Pktnr | Υ       | X       | Н       |
|-------|---------|---------|---------|
| 1     | 418,799 | 769,333 | 118,397 |
| 2     | 454,147 | 813,780 | 116,804 |
| 3     | 440,010 | 866,955 | 118,497 |
| 4     | 373,323 | 872,322 | 120,616 |
| 5     | 338,615 | 832,599 | 122,754 |
| 6     | 355,638 | 787,702 | 120,323 |
| 7     | 392,966 | 823,545 | 114,173 |

+ + + + + + + + + + + + + + +

Zur Ermittlung der NN-Höhe einer Sendemastspitze wurden folgende Meßwerte ermittelt:



$$H_A = H_B = 117,000m$$
  
 $i_A = i_B = 1,650m$   
 $s_{AB} = 210,463m$   
 $z_{AT} = 75,123 \pm 0,005$ gon  
 $z_{BT} = 50,463 \pm 0,005$ gon

Berechnen Sie die Masthöhe und den Einfluß der Standardabweichung der Zenitwinkel auf ihren Wert!

+++++++++++++

| ∆h = | -s· cot $z_2$ ·cot $z_1$ /(cot $z_1$ – cot $z_2$ ) | ) |
|------|--|---|
| =    | 148,974 m  |   |
| NN = | 267,624 m  |   |

$$d\Delta h = d\Delta h(dz_1, dz_2)$$
 usw.

$$\sigma_{\Delta h}^2 = 0.021^2 + 0.036^2$$

$$\sigma_{\Delta h}$$
 = ± 0,042 m

Wegen dieses Betrages braucht man Erdkrümmung und Refraktion nicht zu berücksichtigen.

Werten Sie das folgende Winkelbuch aus mit Verprobung und Berechnung der Richtungsgenauigkeit.

| St. | Z. | Lage I   | Lage II  | I red. | II red. | Satzm. | MaaB |
|-----|----|----------|----------|--------|---------|--------|------|
| 1   | 2  | 117.3318 | 317.3325 |        |         |        |      |
|     | 3  | 256.4917 | 65.4920  |        |         |        |      |
|     | 4  | 301.1602 | 101.1613 |        |         |        |      |
|     |    |          |          |        |         |        |      |
|     | 2  | 181.2001 | 381.2005 |        |         |        |      |
|     | 3  | 329.3605 | 129.3606 |        |         |        |      |
|     | 4  | 365.0299 | 165.0297 |        |         |        |      |
|     |    |          |          |        |         |        |      |
|     | 2  | 270.5555 | 270.5559 |        |         |        |      |
|     | 3  | 18.7165  | 218.7161 |        |         |        |      |
|     | 4  | 54.3840  | 254.3845 |        |         |        |      |

Zunächst mußte ein grober Fehler gefunden werden: Die Richtung von 1⇒ 3 kann nur als Zahlendreher verstanden werden und muß lauten: 265,4917!!

| МааВ                           | Verprobung  |
|--------------------------------|-------------|
| 0,0000<br>148,1602<br>183,8289 | 4633 = 4635 |
| $\sigma_r$ = $\pm$ 0,4 mgon    |             |

+++++++++++

Mit einer Totalstation wurden die Eckpunkte 322, 323 und 324 einer dreieckigen Grundstücksfläche von Pkt. 321 aus polar aufgenommen.

- a) Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte!
- b) Wie genau wurde die Fläche bestimmt, wenn für die Richtungsmessungen keine zufälligen Abweichungen und nur für die Streckenmessungen die Standardabweichungen mit  $s_d = \pm 2$  cm angenommen werden?

<u>TIP:</u> Sehen Sie sich die Figur und die Zahlenwerte unvoreingenommen an. Es reicht eine ziemlich einfache Genauigkeitsabschätzung aus. Nach der Größe der Fläche ist übrigens nicht gefragt!

$$\begin{array}{cccc} t_{321-320} = & 280,6185 \ gon \ \Rightarrow & \\ & Pktnr & Y & X \\ & 322 & 256,437 & 645,082 \\ & 323 & 366,182 & 696,210 \\ & 324 & 431,924 & 568,923 \end{array}$$

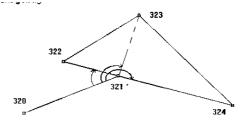
Weil 322,321 und 324 ungefähr auf einer Geraden liegen, kann man für die Fläche ansetzen:

$$F = 0.5 \cdot (s_{321-322} + s_{321-324}) \cdot s_{321-323}$$
  
$$dF = \dots$$

$$\sigma_{\rm F} = \pm 2.3 \, {\rm m}^2$$

z(r)

| Stdpkt. | Zielpkt. | r(gon)  | s(m)   |
|---------|----------|---------|--------|
| 321     | 320      | 0,000   |        |
|         | 322      | 45,376  | 80,37  |
|         | 323      | 145,412 | 90,50  |
|         | 324      | 245,501 | 110,93 |



Die Schrägstrecke s' von A nach B soll im Zuge des Aufbaus einer Stahlkonstruktion hochgenau ermittelt werden. Es wurde eine 2-m-Basislatte eingesetzt. Wie lang ist die Schrägstrecke s' und wie genau wurde sie ermittelt? Bei der Genauigkeitsbetrachtung kann der Einfluß der Basislatte unberücksichtigt bleiben.

 $\alpha$  = 5,5580 gon  $\pm$  0,9 mgon

z = 73,77725 gon

s = 22,894 m

 $s' = s/\sin z = 24,983 \text{ m}$ 

 $s_{s'} = \pm 4.0 \text{ mm}$ 

A Part A

 Meßwerte in gon:

 Hz(I)
 Hz(r)
 z(I)

 379,655
 385,211
 73,775

 379,655
 385,211
 73,775
 326,220

 379,653
 385,212
 73,775
 326,222

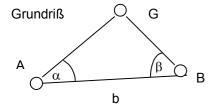
 379,654
 385,211
 73,776
 326,220

 379,653
 385,213
 73,773
 326,219

Berechnen Sie die NN-Höhe der Giebelspitze G eines Hauses mit den Meßwerten eines horizontalen Hilfsdreieck.

++++++++++++++

 $H_G = 155,613 \text{ m}$ 



b = 57,124 m(Schrägstrecke)  $\alpha$  = 53,200 gon,

 $\beta$  = 49,876 gon

z(A,G) = 49,432 gon

z(B,G) = 52,256 gon

z(A,B) = 98,222 gonH(101) = 113,205 m

Ablesung an einer Nivellierlatte auf Pkt.101 mit horizontaler Zielung von A aus: 1,324 m

Berechnen Sie folgenden Polygonzug, bei dem unglücklicherweise ein Winkelmeßfehler aufgetreten ist, komplett mit Bestimmung und Korrektur des groben Fehlers, Berechnung und Verprobung der Koordinaten der Neupunkte PP1 – PP3 und Beurteilung des Polygonzuges mit Winkelabschlußfehler, Längs- und Querfehler einschl. ihrer Fehlergrenzen.

|                  | Nr. | Y(m)     | X(m)    | Stdpkt. | β(gon)   | von-nach | s(m)    |
|------------------|-----|----------|---------|---------|----------|----------|---------|
| Anschlußrichtung | 70  | 230,345  | 107,819 | 71      | 199,9923 | 71-PP1   | 140,310 |
| Anfangspunkt     | 71  | 428,441  | 304,915 | PP1     | 251,0278 | PP1-PP2  | 150,499 |
| Endpunkt         | 72  | 920,864  | 496,758 | PP2     | 220,1777 | PP2-PP3  | 141,840 |
| Abschlußrichtung | 73  | 1107,719 | 662,734 | PP3     | 149,2323 | PP3-72   | 140,882 |
|                  |     |          | ,       | 72      | 203,1886 |          | , i     |

Durch Vorwärts- Rückwärtsrechnung ergibt sich der grobe Fehler zu 20 gon auf PP2 (220,1777 gon => 200,1777 gon).

| Pktnr. | Rechtsw. Y | Hochwert X |
|--------|------------|------------|
| 1      | 527,984    | 403,943    |
| 2      | 678,478    | 401,132    |
| 3      | 820,305    | 398,086    |
|        |            |            |

$$L = 0.047 \text{ m}$$
;  $Q = 0.096 \text{ m}$   $W = -0.0169 \text{ gon}$ 

Bei einer Wegeabsteckung soll ein zusätzlicher Zwischenpunkt Z in die bereits abgesteckte Mittellinie eingefügt werden. Z soll auf einem Kreisbogen liegen und vom Bogenanfangspunkt BA orthogonal und polar abgesteckt werden. Die dazu

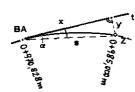
b = 14,172 m ;  $\alpha$  = 3,0074 gon

orthogonale Elemente :

 $y = R - R \cdot \cos a = 0,3347 \text{ m}$  $x = R \cdot \sin a = 14,1667 \text{ m}$ 

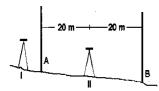
polare Elemente :

s = 14,1707 m;  $\alpha = 1,5038 \text{ gon}$ 



benötigten Absteckelemente x und y bzw.  $\alpha$  und s sollen, bezogen auf die Tangente t, berechnet werden. Der Bogenanfang BA hat die Stationierung 0+970,828 m. Z soll bei der Station 0+985,000 m eingefügt werden. Der Kreisbogenradius R beträgt R = 300 m.

+++++++++++++



Zur schnellen Überprüfung eines Nivelliergerätes wurde das Instrument einmal direkt an die Latte A gestellt (Stdpkt. I, Abstand ca. 1m). Die Latten wurden abgelesen. Danach erfolgten die Ablesungen mit dem Nivellier in der Mitte (Stdpkt. II).

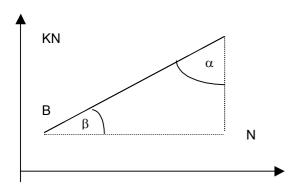
|    | Α       | В       |
|----|---------|---------|
| ı  | 1,673 m | 2,855 m |
| II | 1,025 m | 2,214 m |
|    |         |         |

- a) Liegt ein Ziellinienfehler vor, wenn ja, wie groß?
- b) Wie genau kann er bestimmt werden, wenn die einzelne Ablesung eine Genauigkeit von ±1 mm hat ?
- c) Warum verwendet man besser ein anderes Verfahren?

a) ja, 7mm/40 m = 0.0111 gonf = 1.673 - (1.025-2.214) - 2.855

b) 
$$df = dL + dL + dL + dL$$
  
 $s_f = \pm 2 \text{ mm} = \pm 0,0032 \text{ gon}$ 

c) weil bei diesem Verfahren die Wege der Fokussierlinse zu groß sind und sich beim Fokussieren ein Versatz im Linsenweg wie ein Ziellinienfehler auswirkt.



Ein Vorwärtsschnitt wurde gemessen, wie in der Skizze gezeigt.

Gemessen:  $\alpha$  = 70,014;  $\beta$  = 30,047 gon Gegeben:

Pkt. Y X A 421,107m 285,551m B 120,879m 135,206m

- a) Berechnen Sie die Koordinaten von N.
- b) Ist die Punktlage von N in beiden Koordinatenrichtungen ungefähr gleichgenau, wenn die Winkel gleichgenau gemessen wurden? Geben Sie einen qualitativen und quantitativen Nachweis für Ihre Antwort.
- c) Berechnen Sie die Standardabweichung sy des Rechtswertes  $Y_N$ , wenn die Standardabweichung der Winkel  $s_\alpha = s_\beta = \pm 5$  mgon betragen.

 $s_{A,B} = 335,7685 \text{ m}$ 

a) 
$$y_N = y_B + s_{B,N} \cdot \sin t_{B,N} = 420,076 \text{ m}$$

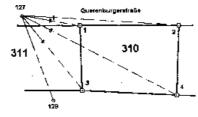
$$x_N = x_A + s_{B.N} \cdot \cos t_{B.N} = 132,898 \text{ m}$$

- b) da  $s_{B,N} \approx 2 \cdot s_{A,N}$ , ist der Rechtswert etwa doppelt so genau wie der Hochwert.
- c)  $\sigma_y = \pm 0.012 \text{ m}$

Berechnen Sie die Fläche des Baugrundstückes Nr. 310 aus den zu berechnenden Gauß-Krüger-Koordinaten der Eckpunkte 1 bis 4. Das Grundstück wurde mit einem Elektronischen Tachymeter ELTA4 folgendermaßen

aufgemessen:

| Pktnr. | Rechtsw.Y  | Hochw.X    |  |  |  |  |  |
|--------|------------|------------|--|--|--|--|--|
| 127    | 2565416,78 | 5641012,33 |  |  |  |  |  |
| 128    | 2578833.32 | 5631987,86 |  |  |  |  |  |



++++++++++++++

| Stpkt. | Zielpkt. |         | II       | I red. | II red. | Mittel | S      |
|--------|----------|---------|----------|--------|---------|--------|--------|
| 127    | 2        | 2,2280  | 202,2285 |        |         |        | 85,133 |
|        | 1        | 6,7760  | 206,7770 |        |         |        | 15,186 |
|        | 4        | 46,3330 | 246,3335 |        |         |        | 98,175 |
|        | 3        | 71,9925 | 271,9935 |        |         |        | 24,289 |
|        | 128      | 88,1225 | 288,1220 |        |         |        |        |
|        |          |         |          |        |         |        | MaaB   |

| 127 | 2   | 102,3760 | 302,3765 |  |
|-----|-----|----------|----------|--|
|     | 1   | 106,9260 | 306,9245 |  |
|     | 4   | 146,4800 | 346,4815 |  |
|     | 3   | 172,1420 | 372,1430 |  |
|     | 128 | 188,2705 | 388,2720 |  |
|     |     |          |          |  |

MaaB: 0,0000  $\sigma_R = \pm 0,9$  mgon 4,5486 44,1048 69,7655 85,8945

| Rechtsw. Y | Hochw. X                      |
|------------|-------------------------------|
| 478,657    | 70,801                        |
| 428,534    | 21,945                        |
| 514,752    | 18,639                        |
| 439,689    | 4,258                         |
|            | 478,657<br>428,534<br>514,752 |

Fläche: 2933 m<sup>2</sup>

++++++++++++++

Bei Deformationsmessungen an einer Textilmaschine sollten mit einem Ingenieurnivellier kleine Höhenunterschiede bestimmt werden. Aus Testmessungen sollte vorher abgeleitet werden, wie genau ein solcher Höhenunterschied ermittelt werden kann.

Dazu wurde eine Nivellierlatte mehrfach mit einer Mikrometerschraube um genau meßbare Beträge vertikal verschoben. Mit dem Mittelfaden im Zielfernrohr erfolg-ten die entsprechenden Ablesungen an der Latte.

| Ablesunge          | n an der | Lattenablesung |       |  |  |
|--------------------|----------|----------------|-------|--|--|
| Mikrometerschraube |          | (m             | m)    |  |  |
| (mm)               | (mm)     |                |       |  |  |
| oben               | unten    | oben           | unten |  |  |
| 44,0               | 35,3     | 531            | 522   |  |  |
| 21,5               | 15,2     | 509            | 503   |  |  |
| 73,9               | 69,4     | 562            | 558   |  |  |
| 55,6               | 45,9     | 543            | 533   |  |  |
| 17,1               | 15,1     | 504            | 502   |  |  |
| 28,2               | 23,4     | 515            | 510   |  |  |

Ermitteln Sie die Genauigkeit einer Höhendifferenz aus den Wertepaaren. (Rechnung bitte in den freien Spalten).

Da die Höhenunterschiede an der Mikrometerschraube auf eine Dezimale mehr abgelesen werden können als bei der Nivellierlatte, können die Differenzen zwischen  $\Delta H_{\text{Mikro}}$  und  $\Delta H_{\text{Niv}}$  als **wahre** Abwei-chungen  $\epsilon$  angesehen werden.

| $\Delta H_{mikro}$ | $\Delta H_{\text{Niv}}$ | 3  | $\epsilon^2$ |  |
|--------------------|-------------------------|----|--------------|--|
| 8,7                | 9                       | 3  | 9            |  |
| 8,7<br>6,3         | 6                       | -3 | 9            |  |
| 4,5                | 4                       | -5 | 25           |  |
| 9,7                | 10                      | 3  | 9            |  |
| 2,0<br>4,8         | 2                       | 0  | 0            |  |
| 4,8                | 5                       | 2  | 4            |  |

$$\Sigma \approx 0$$
 56

$$\sigma(\Delta H_{Niv}) = \pm 0.3 \text{ mm}$$